SUITE DES

MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.



A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Friſe.

HISTOIRE

DE

CE QUI A OCCASIONNÉ ET PERFECTIONNÉ

LE RECUEIL DE PEINTURES

DE

PLANTES ET D'ANIMAUX

SUR DES FEUILLES DE VELIN,

CONSERVÉ

DANS LA BIBLIOTHEQUE DU ROI.

Par M. DE JUSSIEU.

LEs Arts & les Sciences sont souvent redevables de leurs perfections à des circonstances qui paroissent avoir été des effets du pur hazard : on en jugera par le merite d'un Ouvrage que l'Art de broder a occasionné, & par le fruit que la Botanique peut en tirer.

La Broderie étoit si en usage sous les Regnes de Henri IV & de Louis XIII, qu'on ne se contentoit pas d'en porter sur les habits, elle faisoit aussi l'ornement des meubles que l'on vouloit rendre plus somptueux. L'ha-

L'habileté des Ouvriers consistoit à imiter, par le mêlange de l'Or & de l'Argent, des Soyes & des Laines de différentes couleurs, la varieté des plus belles fleurs qu'ils connoissoient alors: de-là vint la necessité des Desseins de fleurs, auxquels s'appliquerent ceux qui voulurent exceller dans cet Art de representer avec l'aiguille les Plantes au naturel.

On ne vit paroître en aucun tems plus de livres de fleurs gravées d'après nature. Hoefnagel, Sweerts, Theodore de Bry, Vande Pas, ou *Passæus*, Langlois, Lafleur & Vallet, en mirent au jour à l'envi les uns des autres: & la plûpart de ceux à qui ces livres étoient utiles, les faisoient enluminer pour avoir sous leurs yeux des modeles à choisir.

Le luxe de cette mode sur les habits devint bientôt si grand, que les fleurs ordinaires ne paroissant plus suffisantes, on en chercha d'étrangeres, qu'on cultiva avec soin, pour fournir aux Brodeurs de nouveaux Desseins.

C'est une obligation que la Botanique eut à la vanité du sexe; car il fallut pour l'entretenir, établir en divers endroits du Royaume, des Jardins de fleurs rares & singulieres, apportées des Païs les plus éloignés.

Jean Robin fut le premier qui se distingua à Paris par la culture des fleurs de ce genre, qu'il élevoit pour ce motif dans un Jardin, qui au commencement lui étoit propre, & qui devint par la suite en quelque façon celui de Henri IV & de Louis XIII, depuis que ces Princes entrant dans sa curiosité, lui eurent donné des appointemens avec le

ti-

titre, tantôt de leur Botaniste, & tantôt de leur Simpliste.

C'étoit en ce Jardin que Pierre Vallet * Brodeur ordinaire de ces deux Rois, alloit copier d'après la nature les fleurs de la nouveauté desquelles il vouloit se servir pour varier ses ouvrages. Nous avons même encore de lui, sous les Titres de *Jardin du Roi Très-Chrétien Henri IV*, & de *Jardin du Roi Très-Chrétien Louis XIII*, deux éditions d'un volume *in folio* de Plantes cultivées par Robin, la derniere desquelles est imprimée à Paris en 1623, & dediée à la Reine de Medicis. Il indique dans cet ouvrage à ceux qui en veulent enluminer les Plantes, les couleurs qu'ils doivent employer pour imiter le plus parfaitement leur coloris naturel. Et il y a apparence que c'étoit sur de pareilles instructions que tant d'Enlumineurs s'appliquoient à colorier les livres de Brunsfelsius, de Mathiole & de Fuchs, dont il nous reste encore tant d'exemplaires défigurés, par le peu de rapport que les couleurs qu'on y a appliquées, ont avec la verité des Plantes dont ils representent les traits.

Le nombre des étrangeres augmentant par les acquisitions qu'en faisoit tous les jours le Botaniste Royal, & ne pouvant plus suffire seul aux soins de leur recherche & de leur culture, il obtint du Roi que Vespasien Robin son fils devînt son adjoint. Il s'étoit acquis sous son Pere beaucoup de reputation dans ce fait, & nous en avons des preuves par

* Il étoit d'Orleans.

par un Catalogue Latin qu'il fit imprimer en 1624, d'environ 1800 Plantes qu'ils cultivoient tous les deux dans ce Jardin qu'ils avoient en commun.

Mais l'établissement qui deux années après se fit au Fauxbourg S[t]. Victor, d'un Jardin Royal, dans la vûe de l'instruction des Etudians en Medecine, donna occasion à une telle augmentation de Plantes étrangeres que Guy de la Brosse Medecin y plaçoit par la faveur du Roi & de ses Ministres, que tous les Jardins des Curieux s'en ressentirent. On les vit bientôt se parer de presque toutes celles que cet industrieux Botaniste tiroit, non seulement de toutes les parties de l'Europe, mais encore du Canada, des Isles Antilles, & des Indes Orientales où nos François établissoient des Colonies.

Les Graveurs même, qui auparavant, & lorsque les belles fleurs étoient rares, n'en avoient pû donner des figures que par parties, trouvant ces sortes de Plantes plus multipliées, en representerent depuis cet établissement encore de plus entieres.

Pierre Firens fut un de ceux qui, après Vallet, les fit graver par Daniel Rabel en un plus grand volume, & avec toutes leurs parties, dans un livre *in folio* imprimé à Paris en 1632, sous le nom de *Theatrum Floræ*.

Et Guy de la Brosse, dans le dessein de faire connoître la superiorité du Jardin du Roi, se servit de la main d'Abraham Bosse pour representer en un volume *in folio*, du double plus grand, les Plantes singulieres qu'il y éle-

élevoit, & qui manquoient aux autres Jardins.

C'étoit un ouvrage d'une grande entreprise, de l'échantillon duquel nous avons cinquante Planches; dans ce nombre il y a certaines especes, qu'aucun Botaniste depuis lui ne peut se vanter d'avoir possedées. Ces cinquante Planches, que feu M. Fagon son neveu maternel sauva long-tems après des mains d'un Chaudronnier, auquel les heritiers de la Brosse qui connoissoient peu leur merite les avoient livrées, étoient les restes de près de quatre cens autres qui étoient déja gravées.

Cette curiosité de fleurs se nourrissoit non seulement par la multiplcation de ces sortes de livres de Desseins, mais encore par un commerce ouvert qui se faisoit à Paris avec les autres Villes de l'Europe, de Semences, de Racines, de Bulbes & de Pieds de Plantes rares que les Curieux se communiquoient, instruits par des Catalogues imprimés contenant celles qu'ils possedoient, pour apprendre à leurs correspondans ce qui leur manquoit, & ce qu'ils étoient en état de leur fournir en échange.

Les Princes même se faisoient honneur de ce commerce curieux. Gaston de France Duc d'Orleans qui fut un de ceux-là, commença d'abord à élever des Plantes rares au Luxembourg, à l'endroit où est aujourd'hui le Jardin de Madame la Princesse; & pour n'être pas privé de ce plaisir pendant les longs séjours qu'il faisoit à Blois, il y éleva aussi un Jardin pour lequel il semble avoir eû une prédi-

lection, si l'on en juge par les trois différentes Editions qui se sont faites du Catalogue des Plantes qu'il y cultivoit.

Les avis que ce Prince fait donner au public dans ceux de 1653 & 1654, du dessein qu'il avoit d'acquerir par argent ou par échange tout ce qui lui manquoit, font foi de la passion qu'il avoit pour cette partie de l'Histoire naturelle. Mais cette passion est bien plus marquée par la dépense de l'entretien de Mrs. Brunier, Laugier, Morisson & Marchant, quatre celebres Botanistes qu'il pensionnoit pour contribuer à l'embellissement de son Jardin.

Il ne se contenta pas d'y voir croître les Plantes rares de la France, & celles qu'on y apportoit des Païs les plus éloignés; il voulut encore que son Cabinet fût orné des Desseins & des Peintures qu'il en faisoit faire d'après le naturel.

Entre plusieurs Dessinateurs & Peintres en Miniature, qu'il avoit employés pour ce sujet, aucun ne réussit mieux que Nicolas Robert *, dont personne n'a pu égaler le pinceau.

Il dépeignoit ces Plantes chacune sur une feuille de Velin de la grandeur d'un *in folio*, avec une telle exactitude, que la moindre petite partie y est exprimée dans sa perfection: & lorsqu'il se presentoit quelque Oiseau ou quelque autre Animal dans la Ménagerie du Prince, il les peignoit sur de semblables feuilles, ensorte que Gaston se trouva insensiblement

ment

* De Langres.

ment avoir un aſſés grand nombre de ces miniatures pour en pouvoir former divers porte-feuilles, dont la vûe frequente lui ſervoit d'une noble recréation.

Ces porte-feuilles après la mort de ce Prince, qui arriva le 3 Fevrier 1660, parurent à M. Colbert un objet digne de la curioſité de Louis XIV, qui étoit connoiſſeur & amateur des belles choſes; ce qui porta ce Miniſtre à lui en propoſer l'acquiſition, & de faire créer en faveur d'un auſſi excellent Sujet la Charge de Peintre du Cabinet, autant pour lui tenir lieu de quelque recompenſe, que pour l'engager à continuer un projet auſſi avancé.

Ainſi Robert, flatté par la liberalité du Roi, s'attacha ſi fidelement à ſon objet, que par un travail aſſidu, d'environ vingt ans qu'il vécut encore, on vit paroître un Recueil de figures d'Oiſeaux & de Plantes, auſſi ſingulieres par leur rareté que par la beauté & l'exactitude de leurs Deſſeins.

On peut juger par le tems que cet excellent homme mettoit à rendre parfaites ces feuilles, & par le prix que Louis XIV lui en donnoit, à l'exemple de Gaſton, car elles lui coûtoient cent livres piece, qu'il n'y avoit guere qu'un Prince qui pût ſoûtenir la continuation d'un tel ouvrage.

Si cet habile Peintre, jaloux de la curioſité de ſon Maître, qui ſeul vouloit poſſeder les pieces de la main d'un homme unique en ce genre, a été aſſés fidele pour n'en peindre dans ce goût pour qui que ce ſoit, il n'a pas laiſſé de ſe copier lui-même, d'une maniere

niere qui, ſans le rendre coupable, a fait connoître à toute l'Europe ſon talent.

C'a été en gravant de ſa main à l'eau forte, des Oiſeaux, des Couronnes, des Vaſes & des Bouquets de fleurs de différente grandeur & propres aux Brodeurs. Ce dernier Recueil a pour titre, *Icones variæ ac multiformes florum appreſſæ ad vitam*, qui ſe vend aujourd'hui chés Poilli à l'image St. Benoît.

Ses peintures même d'Oiſeaux & de Plantes, qui dans le grand deſſein qu'avoit M. Colbert de faire travailler l'Académie Royale des Sciences à une Hiſtoire generale des Plantes & des Animaux, ſervirent à l'execution de ce projet, ont été recherchées dans la ſuite par l'exactitude & la correction du Deſſein qu'il s'étoit rendues familieres.

C'eſt pour cela que l'on trouve dans quelques Cabinets certaines de ſes copies ſi fidelement executées, qu'on les prendroit pour ſes originaux. Elles ſont l'ouvrage de M. le Roi & de Mademoiſelle Perraut ſes éleves, qu'il formoit pour la miniature; cette derniere l'a poſſedée aſſés bien pour en donner aux Princeſſes de la Cour des *Leçons*, qu'elle a appellées *Royales* dans un petit livre *in* 12, imprimé à Paris.

Voilà comme un travail & un talent qui n'avoient eû d'abord de la part de Robert que la curioſité & la broderie & les fabriques d'ouvrages de laine & de ſoye en vûe, ſont devenus par le goût de deux grands Princes, le fondement d'uu Recueil de pieces d'Hiſtoire naturelle qui ſont uniques.

Ni la mort de Robert arrivée en 1684, ni
celle

celle du Miniſtre qui l'avoit produit au Roi, ne firent pas ceſſer l'ouvrage: le Sr. Joubert, Peintre ordinaire de M. le Prince de Condé, devint auſſi celui du Cabinet du Roi; & comme il étoit plus habile à peindre des païſages, qu'à repreſenter des Plantes, il ſe ſervit de différentes mains, & ſe repoſa enfin de ce ſoin ſur le Sr. Aubriet, qu'il avoit en partie formé dans la miniature.

Celui-ci, excité par le zele ardent qu'avoit pour la Botanique feu M. Fagon Profeſſeur des Plantes au Jardin Royal & Medecin alors de la Reine, au lieu d'environ douze feuilles que son predeceſſeur avoit coûtume d'en preſenter au Roi chaque année, en livra d'abord une trentaine, qui ſous les yeux de M. Fagon acqueroient une nouvelle perfection.

La Ménagerie de Verſailles qui ſe rempliſſoit alors de tous les animaux les plus rares, amenés des païs les plus éloignés, & ſurtout d'un nombre prodigieux d'Oiſeaux ſinguliers, fourniſſoit au nouveau Peintre de nouveaux ſujets de perfectionner ſon talent.

Mais quel accroiſſement ne reçut point alors ce Recueil, lorſque cet illuſtre amateur de la Botanique & des autres parties de l'Hiſtoire naturelle, parvenu à la Charge de Premier Medecin de Louis XIV, ſe fut declaré le protecteur des Botaniſtes! Le Sr. Aubriet gratifié d'un logement au Jardin Royal, & aſſûré de la ſurvivance de Joubert, pouvoit à peine ſuffire pour tout ce qui y arrivoit de curieux, ſous les auſpices de celui que le Roi en venoit de faire le Sur-Intendant.

Celui-ci tâcha de faire revivre en ce Peintre

tre le genie & le goût naturel, qui avoit rendu Robert ſans égal ; à quoi ne contribua pas peu l'attention qu'eut M. de Tournefort à lui faire tirer d'après nature toutes les parties détachées de chaque Plante, d'une maniere ſi exacte, qu'elles ont depuis ſervi à établir les claſſes & les genres dont eſt formé le ſyſtême des Elémens de ce celebre Botaniſte.

M. Fagon jugea même qu'en donnant ce Peintre à M. de Tournefort, lorſque Louis XIV l'envoya dans le Levant, pour y faire des recherches utiles à la Botanique, il pourroit non ſeulement ſe perfectionnèr dans ce genre de Deſſein, à la vûe des Plantes étrangeres, telles qu'elles ſont ſur les lieux; mais encore y faire une proviſion d'eſquiſſes, qui à ſon retour lui fourniroient une ample matiere pour augmenter conſiderablement ce Recueil. En effet, le nombre des miniatures qu'il y a ajoûtées dans l'eſpace d'environ vingt-cinq ans, excede de beaucoup celui de Robert.

M. le Premier Medecin, qui voyoit avec plaiſir l'utilité de ce travail, qui ſe continuoit à la vûe & à la ſatisfaction du Roi, ſe propoſant d'y donner un arrangement qui ſervît de regle à ceux qui dans la ſuite travailleroient à cet ouvrage, obtint de Louis XIV, d'être pendant quelque tems dépoſitaire de tous ces volumes : mais la mort de ce Prince qui arriva en 1715, ne lui ayant pas permis de les garder plus long-tems, il les remit au Cabinet du Roi, d'où par ordre de feu M. le Duc d'Orleans, alors Regent, ils furent

rent transportés à la Bibliotheque du Roi entre les mains de M. l'Abbé de Louvois Bibliothequaire du Roi.

M. l'Abbé Bignon son successeur dans cette charge, touché de la cessation de cet ouvrage, par un amour du progrès des Sciences & des Arts qui lui est naturel, & dont il a donné tant de preuves, a fait son possible pour faire continuer cet œuvre; & si par la circonstance des affaires du tems, il n'a pas encore pu y réussir, au moins est-il entré dans les vûes de M. Fagon, & a jugé qu'afin que ce trésor fût de quelque utilité au public, il étoit important d'arranger ces miniatures par les classes & les genres auxquels elles peuvent se rapporter : ce qui au premier coup d'œil doit être également instructif pour les amateurs des Plantes & des Oiseaux, qui en voudront savoir les caracteres, & utile à ceux qui seront chargés du soin de faire peindre dans la suite les especes ou les nouveaux genres qu'on voudra y ajoûter.

DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEUR REVETEMENT, ET DE LA FORCE DES REVETEMENS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

*SECONDE PARTIE.**

Où l'on examine la Poussée des Terres contre des Revêtemens dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & où l'on détermine les épaisseurs que les Revêtemens doivent avoir pour leur résister.

DANS la premiere Partie de ce Mémoire, j'ai toujours regardé les Revêtemens comme des corps parfaitement polis, & dans cette hypothese, l'effort des Terres a dû être horizontal, c'est-à-dire perpendiculaire à la surface polie & verticale du Revêtement contre laquelle elles poussoient, & par conséquent applqué à un levier égal aux deux tiers de

* 11 Janvier 1727.

de la hauteur du Revêtément. *Comme je l'ai fait voir.*

Mais si l'on veut considérer les Revêtemens comme des corps graveleux, la poussée des terres ne sera plus horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la hauteur du Revêtement, mais perpendiculaire aux grains ou inégalités du Revêtement sur lesquels cet effort se fera.

Et pour-lors la Poussée des Terres ne sera plus appliquée au levier vertical, égal aux deux tiers de la hauteur du Revêtement, mais à un levier incliné qui sera beaucoup plus court.

Comme les Revêtemens sont composés de pierres ou briques, chaux & sable, qui ne donnent jamais des surfaces polies, je crois qu'il est nécessaire d'examiner quelle sera la Poussée des Terres contre ces surfaces graveleuses & inégales, & de donner la construction des Revêtemens capables de résister à l'effort des Terres qui poussent contre ces surfaces.

Cet examen est d'autant plus nécessaire, qu'il se trouve une différence notable entre l'épaisseur des Revêtemens que nous avons regardé comme polis, & celle de ceux dont les surfaces sont graveleuses & inégales; & que l'épaisseur de ces nouveaux revêtemens graveleux, comme ils le sont tous, approche plus de celle que l'expérience a fait connoître à nos plus habiles Ingénieurs & Architectes, quoi-qu'ils n'ayent pas déterminé quelle est la quantité du Revêtement employée pour faire équilibre avec l'effort des Terres, ni con-

nu ce qui leur reſtoit pour la ſolidité du Revêtement.

Mais comme les Terres prennent différens talus, nous avons examiné les Terres ſur tous ces différens talus, & nous avons déterminé les baſes des Revêtemens qui leur conviennent.

Pour cela nous avons premierement conſideré les Terres comme des grains ou petits boulets qui ſont chacun appuyé ſur trois autres grains, ce qui forme des Tetraëdres.

Suivant cette hypotheſe de l'arrangement des Terres, nous avons examiné deux différens talus, ſavoir celui qui eſt formé par la face du Tetraëdre, & celui qui eſt formé par l'arrête du même Tetraëdre.

Secondement, nous avons conſidéré les Terres comme des grains appuyés, chacun ſur quatre autres grains, ce qui forme des pyramides dont les baſes ſont quarrées, & nous avons examiné le talus formé par les faces de ces pyramides quarrées.

Quoi-que le talus de la face de la pyramide quarrée ſoit égal à celui qui eſt formé par l'arrête du Tetraëdre, cependant les Terres qui ſont ſur la face de la pyramide quarrée, pouſſent davantage que celles qui ſont ſur un talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Et comme les Terres qui ſont ſur un talus formé par la face du Tetraëdre, pouſſent encore autrement que celles qui ſont ſur l'arrête du Tetraëdre, & ſur la face de la pyramide quarrée, j'ai examiné ces trois différentes pouſſées, & j'ai cherché les baſes des Revêtemens qu'il faut oppoſer à ces trois eſpeces

peces de pouſſées, & j'ai donné des Tables où l'on trouve les baſes de ces Revêtemens pour les trois talus différens.

THEOREME I.

La hauteur, la baſe & la longueur d'un talus formé par les faces d'un Tetraëdre, ſont entre elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3.

DEMONSTRATION.

* Si du ſommet A du Tetraëdre l'on abaiſſe une perpendiculaire AN ſur ſa baſe BCD, elle ſera la hauteur du Tetraëdre, & celle des talus formés par ſes faces; & le point N ſera le centre de gravité de ſa baſe BCD.

Maintenant ſi par le point N l'on tire DNM, l'on aura $MN = \frac{MD}{3}$.

Ainſi en faiſant $MN = 1$, l'on aura $MD = 3$ & $ND = 2$.

Enfin ſi par le point M l'on tire MA, cette ligne ſera la longueur du talus formé par la face BAC du Tetraëdre, laquelle ligne MA étant $= MD$, ſera $= 3$. Cela poſé, puiſque le triangle ANM eſt rectangle, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}.$$

Donc la hauteur AN, la baſe MN, & la longeur MA du talus formé par la face BAC du

* Fig. 1.

du Tetraëdre, sont entre elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur AN du talus $= a$, l'on aura la base $MN = \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

Et la longueur AM sera $= \frac{3a}{\sqrt{8}} = \frac{3a}{2\sqrt{2}}$.

THEOREME II.

* *Si plusieurs grains de sable arrangés chacun sur sur trois autres grains se soûtiennent sans Revêtement, la hauteur, la base & la longueur de leur plus grand talus, seront entre elles comme* $\sqrt{2}$, 1, & $\sqrt{3}$, & *ce plus grand talus est l'arrête du Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

Les grains de sable s'arrangeant de maniere qu'un grain est, par l'hypothese, toûjours appuyé sur trois autres grains, tous les grains formeront ensemble un Tetraëdre, ou prendront des talus semblables à ceux d'un Tetraëdre.

Or le plus grand talus d'un Tetraëdre est celui qui est formé par son arrête AD.

Donc le plus grand talus que puissent prendre les sables est égal à celui qui est formé par l'arrête AD d'un Tetraëdre.

Mais

* Fig. 2.

Mais la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD de cette arrête, sont entre elles comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$.

Car si du sommet A du Tetraëdre l'on abaisse une perpendiculaire AN sur sa base BCD, cette perpendiculaire tombera sur le centre de gravité N de cette base; & si de l'angle D de cette même base on tire une ligne DNM par son centre de gravité N, l'on aura $MD = 3MN$ & $ND = 2MN$.

Mais $MD = AM$, parce que les faces du Tetraëdre sont égales. Donc AM est aussi $= 3MN$.

Ainsi en faisant $MN = 1$, l'on aura $AM = 3$, & $ND = 2$.

Et à cause de l'angle droit ANM, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}.$$

Et à cause de l'angle droit AND, l'on aura l'arrête

$$AD = \sqrt{AN^2 + ND^2} = \sqrt{8+4} = \sqrt{12}.$$

Donc la hauteur AN, la base ND & la longueur AD du talus de l'arrête, sont entre elles, comme $\sqrt{8}$... 2... & $\sqrt{12}$... ou comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on appelle a la hauteur AN du Tetraëdre, la base ND du talus sera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur AD sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Car

Car puisque nous avons trouvé la hauteur *AN*, la base *ND*, & la longueur *AD* entre elles, comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$, nous aurons la base *ND* par cette analogie,

$\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}}$, dont le quatrieme terme $\frac{a}{\sqrt{2}}$ sera la valeur de la base $ND = AH$; l'on aura de même la longueur *AD* du talus de l'arrête par cette analogie $\sqrt{2} : \sqrt{3} :: a : \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ dont le quatrieme terme sera la valeur de la longueur *AD* du talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Ainsi la hauteur, la base, & la longueur d'un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, seront exprimées par a, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

* *La hauteur, la base & la longueur du talus formé par la face de la pyramide quarrée, sont entre elles ::* $\sqrt{2}$, 1, *&* $\sqrt{3}$, *comme dans l'arrête du Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

Soit un grain *A* appuyé sur quatre autres grains, si du centre *A* de ce grain l'on tire des lignes *AB*, *AC*, *AE*, *AG*, aux centres des

* Fig. 24

des quatre grains qui soûtiennent le grain *A*, & si l'on tire les lignes *EB*, *BC*, *CG*, *GE*, c'est-à-dire, si l'on joint par des lignes droites les centres des grains qui se touchent, toutes ces lignes droites seront égales, & formeront une pyramide qui aura pour base le quarré *BCGE*, & pour faces les quatre triangles équilatéraux *ABC*, *ACG*, *AGE*, *AEB*.

Maintenant si du sommet *A* l'on tire une perpendiculaire *AN* sur la base, le point *N* sera le milieu de cette base, & la perpendiculaire *AN* sera la hauteur de la pyramide.

Enfin si du point *N*, milieu du quarré qui sert de base à la pyramide, l'on tire *ND* au milieu de *BC*, & si l'on tire *AD*, il est évident que *AD* sera la longueur du talu formé par la face *ABC*, & *ND* sera le fruit ou la base de ce talu.

Puisque les lignes *AB*, *BC*, *BE*, &c. qui joignent les centres des grains qui se touchent, sont égales, si l'on fait chacune de ces lignes $= 2$, l'on aura $BD = \frac{BC}{2} = 1$.

On aura aussi $DN = \frac{DF}{2} = \frac{BE}{2} = 1$.

Et à cause du triangle rectangle *ADB*, l'on aura $AD = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$.

Et à cause du triangle rectangle *AND*, l'on aura $AN = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DN}^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$.

Donc $AN : ND : AD :: \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$, c'est-à dire que la hauteur *AN*, la base *ND*, &

& la longueur AD du talu formé par la face ABC de la pyramide composée de cinq grains, sont : : $\sqrt{2}$: 1 : $\sqrt{3}$, comme la hauteur, la base & la longueur du talus formé par l'arrête du Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur $AN = a$, l'on aura la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD du talus formé par la face de la pyramide quarrée $= a$, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme dans le Corollaire du Théoreme II.

THEOREME IV.

La pesanteur du grain A *est à l'effort qu'il fait suivant la direction* AM *du talus formé par la face* BAC *du Tetraëdre, commme* $\sqrt{2}$ *est à* 1.

DEMONSTRATION.

* Soit tirée NQ parallele au talus MA, & NP parallele à l'arrête AD du Tetraëdre, l'on aura un parallelogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN. Ainsi en exprimant la pesanteur du grain A par cette diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces exprimées par AP & AQ.

Mais

* Fig. 1.

Mais la force AQ eſt entierement ſoûtenue par le grain Q. Donc il ne reſte au grain A que la force AP ſuivant la longueur AM du talus formé par la face BAC du Tetraëdre: ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : AP$.

Mais $AP = \frac{2AM}{3}$. Car à cauſe des paralleles AD, PN, l'on aura $AP : AM :: ND : MD :: 2 : 3$. Ce qui donne $AP = \frac{2AM}{3}$. Ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : \frac{2AM}{3}$.

Mais par le Théoreme I. $AN : AM :: \sqrt{8} : 3 :: 2\sqrt{2} : 3$, & par conſéquent $AN : \frac{2AM}{3} :: 2\sqrt{2} : 2 :: \sqrt{2} : 1$. Donc la peſanteur AN du grain A eſt à l'effort AP, ou $\frac{2AM}{3}$ qu'il fait ſuivant la longueur AM de la face du Tetraëdre $:: \sqrt{2} : 1$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME V.

La pesanteur d'un grain A *est à l'effort qu'il fait sur chacun des trois grains qui le soûtiennent* :: $\sqrt{6}$: 1, *& cet effort se fait toûjours suivant l'arrête d'un Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

* Soit tirée *NP* parallele à *AD* qui passe par les centres des boulets de l'arrête du Tetraëdre, & *NQ* parallele à *AM*, l'on aura un parallelogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*.

Ainsi en exprimant la pesanteur du grain *A* par cette diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces exprimées par *AP* & *AQ*.

Mais la force *AP* étant dans le plan du triangle *ABC*, est entierement soûtenue par les grains des deux arrêtes *AB*, *AC*, ensorte qu'il ne reste au grain *A* que la force *AQ* pour presser le grain *Q* dans la direction de l'arrête *AD*.

Mais $AQ = \frac{AD}{3}$. Car à cause des paralleles *MA*, *NQ*, l'on aura $AQ : AD :: MN : MD :: 1 : 3$. Ce qui donne $AQ = \frac{AD}{3}$.

Donc la pesanteur d'un grain *A* est à l'effort

* Fig. 1.

fort qu'il fait sur un grain Q qui le soûtient $:: AN : \frac{AD}{3}$.

Mais puisque par le Théoreme II. $AN : AD :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$, l'on aura $AN : \frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$, c'est-à-dire, la pesanteur AN d'un grain A : l'effort AQ ou $\frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mais $\sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3} :: \sqrt{18} : \sqrt{3} :: \sqrt{6} : 1$.

Donc la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait suivant l'arrête AD sur le grain Q qui le soûtient $:: \sqrt{6} : 1$.

Et comme le grain A presse également les trois grains G, Z, Q qui le soûtiennent, il s'ensuit que la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait sur chacun des grains qui le soûtiennent $:: \sqrt{6} : 1$, & que cet effort est toujours suivant les arrêtes d'un Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME VI.

* *La pesanteur d'un grain A appuyé sur quatre autres grains de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'il fait suivant la longueur AD du talus formé par la face de la même pyramide* $:: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ *ou bien* $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire *NP* parallele à la longueur *AF* de la face *AGE*, & *NQ* parallele à la longueur *AD* de la face ou talus formé par la face *ABC*, l'on aura un parallelogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*, & dont le côté *AP* sera $= \frac{AD}{2}$. Car *NP* étant parallele à la ligne *AF*, & coupant *FD* en deux parties égales, coupera aussi *AD* en deux également.

Ainsi exprimant la pesanteur du grain *A* par la diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces *AQ*, *AP*. Mais la force *AQ* étant dans le plan du triangle *AGE*, est soûtenue par les grains *G*, *E*. Donc il ne reste au grain *A* que la force *AP* suivant la longueur *AD* du talus formé par la face *ABC*.

Ainsi la pesanteur du grain *A* est à l'effort qu'il

* Fig. 2.

qu'il fait, ſuivant $AD :: AN : AP$: ou bien :: $AN : \frac{AD}{2}$.

Mais par le Théoreme III, $AN : AD : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, & par conſéquent $AN : \frac{AD}{2} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la peſanteur AN eſt à l'effort AP ou $\frac{AD}{2}$ que le grain A fait ſuivant la longueur AD du talus formé par la face $ABC :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ ou :: $1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire pour les Theoremes IV, V & VI.

* Puiſque nous regardons les Revêtemens comme des corps graveleux, c'eſt-à-dire, des corps dont les ſurfaces ſont inégales & grenées, telles que des murailles bâties de pierres, chaux & ſable, les doivent avoir; il eſt évident que ces Revêtemens préſenteront aux ſables qu'ils doivent retenir, une ſurface ſur les grains de laquelle les grains de ſable s'appuyeront, comme le grain A s'appuye ſur le grain Q, lorſque les Terres préſentent au Revêtement un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, comme dans la figure premiere, & comme le grain A s'appuye ſur les grains G & Z, lorſque les Terres préſentent au Revê-

* Fig. 1.

vêtement un talus formé par la face d'un Tetraëdre, c'eſt-à-dire, quand un grain *A* appuyé ſur trois grains, eſt appuyé ſur deux grains *G* & *Z* du côté du Revêtement, (*fig.* 1.)

* Et comme le grain *A* s'appuye ſur les grains *B* & *C*, (*fig.* 2,) lorſque les Terres préſentent au Revêtement un talus formé par la face d'une pyramide quarrée, c'eſt-à-dire, lorſqu'un grain *A* appuyé ſur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, eſt appuyé ſur deux grains *B*, *C*, du côté du Revêtement, & par deux autres grains *G*, *E*, du côté du terreplain.

† Mais le grain *A* qui eſt appuyé ſur trois grains *G*, *Z*, *Q*, fait ſur le grain *Q* qui le ſoûtient du côté du Revêtement, un effort qui eſt à ſa peſanteur : : 1 : $\sqrt{6}$ ſuivant le Theoreme V, & cet effort ſe communique juſqu'au grain *D* du Revêtement ſuivant l'arrête du Tetraëdre, lorſque le Revêtement eſt du côté de cette arrête; & comme chaque grain qui ſe trouve dans les arrêtes aboutiſſantes au Revêtement, fait contre le Revêtement le même effort que le grain *A*, il s'enſuit que tous les grains qui ſont dans le triangle *ADH*, c'eſt-à-dire, entre le talus naturel *AD* des Terres & le Revêtement *HD*, font contre le revêtement un effort qui eſt à leur peſanteur totale : : 1 : $\sqrt{6}$.

‡ Le même grain *A* qui s'appuye ſur deux grains *G*, *Z*, du côté de la face du Tetraëdre, faiſant des efforts qui ſe communiquent par les arrêtes *AC*, *AB* juſqu'au Revêtement qui feroit du côté de la face du Tetraëdre, fait

* Fig. 2. † Fig. 1. ‡ Fig. 1.

fait un effort composé suivant la longueur *APM* de cette face qui est à sa pesanteur $:: 1 : \sqrt{2}$, suivant le Theoreme IV ; & comme tous les grains qui sont dans des faces de Tetraëdre communiquantes au Revêtement font contre le Revêtement le même effort suivant la longueur de la face du Tetraëdre, il s'ensuit que tous les grains qui sont entre le Revêtement & le talus *ABC* que les Terres prennent naturellement du côté de la face du Tetraëdre, font contre le Revêtement un effort total qui est à leur pesanteur totale $:: 1 : \sqrt{2}$, lorsque le Revêtement est du côté de la face du Tetraëdre.

* Lorsque le grain *A* est appuyé sur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, c'est-à-dire, sur deux grains *B*, *C* du côté du Revêtement, & sur deux grains *E* & *G* du côté du terreplain du Rempart, il fait deux efforts suivant les arrêtes *AB*, *AC* de la pyramide quarrée, qui se communiquent jusqu'au Revêtement ; & de ces deux efforts il en résulte un suivant la longueur *AD* de la face de la pyramide quarrée, qui est à la pesanteur du grain $A :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ suivant le Theoreme VI : & comme tous les grains qui sont sur le talus *ABC* font le même effort contre le Revêtement qu'on suppose du côté de ce talus, il s'ensuit que la pesanteur de tous les grains qui poussent contre le Revêtement, c'est-à-dire, qui sont entre le Revêtement & le talus formé par la face de la py-

* Fig. 2.

pyramide quarrée, est à l'effort total qu'ils font contre ce Revêtement, comme $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$.

AVERTISSEMENT I.

Nous exprimerons toûjours la pesanteur des Terres ou Sables dont le terreplain du Rempart est formé & chargé, par leur profil.

AVERTISSEMENT II.

* Soient les Terres *ADH* qu'il faut soûtenir par un Revêtement *HDB*, si par l'extremité *B* de la base du Revêtement l'on tire une ligne *BO*, cette ligne *BO* divisera le Revêtement en deux parties *HFB*, *FDB*, & les Terres en deux parties *OFH*, *ADFO*.

Or il est évident que la partie *ADFO* des Terres ne fera aucun effort pour renverser le Revêtement, puisqu'elle s'appuyera sur la partie *FDB* du Revêtement, comme elle s'appuyeroit sur un pareil volume de Terre, mais qu'au contraire elle feroit effort pour retenir cette partie *FDB* du Revêtement, en cas que l'autre partie *HFB* voulût l'entraîner avec elle en cas de renversement.

Donc il ne faut point comprendre la partie *ADFO* des Terres dans celles qui font effort pour renverser le revêtement, mais seulement la partie *OFH*.

Et si l'on veut se mettre dans le cas le plus desavantageux, c'est-à-dire, dans le cas où le Re-

* Fig. 3.

Revêtement est plus facile à renverser, il faut supposer que la partie *HFB* du Revêtement n'est pas liée avec l'autre partie *FDB*, & que par conséquent le Revêtement cassera suivant *FB*, & qu'il n'y aura que la partie *HFB* qui sera renversée, parce que l'autre partie *FDB*, est, comme nous l'avons dit, retenue par les Terres *ADFO*. Au lieu que si nous le faisions casser suivant l'horizontale *DB*, le Revêtement seroit plus difficile à renverser, puisque la partie *HFB*, contre laquelle poussent les Terres, seroit obligée d'entraîner avec elle la partie *FDB*, & de vaincre la résistance des Terres *ADFO*.

En un mot le Revêtement sera toûjours plus difficile à casser horizontalement que parallelement au talus *AD* des Terres; car si l'on veut le faire casser suivant une ligne horizontale *FR*, il est évident que pour-lors les Terres *OFTZ* feront effort pour retenir la partie *TFR*, & pour empêcher que le Revêtement ne casse suivant *FR*, de la même maniere que la partie *ADFO* des Terres retenoit la partie *FDB* du Revêtement.

Donc le Revêtement sera toûjours plus facile à casser suivant *FB*, ou suivant *TR* parallelement au talus *AD* des Terres, car pour-lors les Terres ne feront aucun effort pour le retenir.

C'est suivant cette hypothese, que j'ai résolu les Problemes suivans.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie des Terres pour renverser le Revêtement.

SOLUTION.

* Soit *ADH* le profil des Terres qu'il faut soûtenir.

HDB le Revêtement qui les doit soûtenir.

Et *AD* le talus quelconque que les Terres prendroient pour se soûtenir elles-mêmes sans Revêtement.

Par l'extrémité *B* de la base du Revêtement, soit tirée *BO* parallele au talus *AD* des Terres : cette ligne divisera les Terres *ADH* en deux parties *ADFO*, *OFH*, dont la premiere *ADFO* ne contribuera point à renverser le Revêtement, puisqu'elle le soûtiendra sur la partie *FDB* du Revêtement, de la même maniere qu'elle se soûtiendroit sur des Terres mises en sa place.

Il n'y aura donc que la partie *OFH*, qui fera effort pour renverser le Revêtement, en le cassant suivant la ligne *FB*.

Maintenant soit la hauteur *AN* des Terres, comme aussi celle *HD* du Revêtement..... $=a$

La base *ND* du talus que prennent les Terres.. $=b$

Le talus *AD*.................................. $=c$

La base *DB* du Revêtement............ $=x$

A cause des triangles semblables *AND*, *FDB*,

* Fig. 3.

FDB, l'on aura $ND : DB :: AN : FD$, c'eſt-à-dire, $b : x :: a : FD = \frac{ax}{b}$, & par conſéquent $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cauſe des paralleles *OB*, *AD*, l'on aura $AO = DB = x$, & par conſéquent l'on aura $OH = AH - AO = b - x$.

Multipliant cette valeur de *OH*, qui eſt $b - x$, par la moitié de la valeur de *HF*, c'eſt-à-dire, par $\frac{ab - ax}{2b}$, le produit $\frac{abb - abx - abx + axx}{2b} = \frac{abb - 2abx + axx}{2b}$ ſera la ſurface du triangle *OFH*, c'eſt-à-dire, le profil des Terres qui pouſſent pour renverſer le Revêtement, par lequel profil nous exprimerons toûjours la peſanteur des Terres.

Soit cette peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font parallelement à leur talus *AD* $:: f : \varphi$, l'on aura l'effort deſdites Terres *OFH*, par cette analogie $f : \varphi :: \frac{abb - 2abx + axx}{2b} : \frac{\varphi abb - 2\varphi abx + \varphi axx}{2bf}$, dont le quatrieme terme ſera l'effort que les Terres *OFH* font contre le Revêtement *HDB*, parallelement à leur talus *AD*.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité *P* du triangle *OFH*, & ſe faiſant ſuivant *PV*, parallele au talus *AD*, eſt appliqué au bras de levier *BV* tiré du point d'ap-

d'appui B perpendiculairement sur PV.

Il faut donc chercher ce levier BV, pour le multiplier par l'effort que nous avons trouvé suivant PV.

Soit BL parallele à NA, les triangles rectangles AND, LVB seront semblables, l'on aura donc $AD : ND :: LB : BV$.

Mais $AD = c$, $ND = b$, & $LB = SF$, & à cause que PV passe par le centre de gravité P du triangle OFH, & qu'elle est parallele à son côté OF, $SF = \frac{HF}{3} = \frac{ab - ax}{3b}$.

Ainsi l'analogie $AD : ND :: LB : BV$ se change en celle-ci..... $c : b :: \frac{ab - ax}{3b} : BV$.

D'où l'on tire $BV = \frac{abb - abx}{3bc} = \frac{ab - ax}{3c}$.

Multipliant cette valeur du levier BV par l'effort des Terres OFH, qui lui est appliqué, le produit $\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}$ sera l'énergie des Terres OFH, qui font effort pour renverser le Revêtement. *Ce qu'il falloit trouver.*

PRO-

PROBLEME II.

Trouver l'énergie d'une masse de Terre AI, *dont le terre-plain du Rempart seroit chargé.*

SOLUTION.

* Soit comme dans le Probleme précédent, la hauteur QL des Terres.................... $= a$
La base LX de leur talus ou QH..... $= b$
La longueur QX de ce talus............ $= c$
La base ZX du Revêtement.............. $= x$
Si par l'extrémité Z du Revêtement, l'on tire AZ parallele au talus QX, l'on aura AQ.............................. $= ZX = x$
Et par conséquent AH......... $= b - x$

Cela posé, il est évident que de toutes les Terres dont on pourra charger le terreplain, il n'y aura que celles qui seront sur AH qui feront effort pour renverser le Revêtement, puisque celles qui seront sur AQ se soutiendront avec les Terres $ADXQ$ sur la partie DZX du Revêtement, comme elles se soûtiendroient sur un pareil volume de Terre.

Soit pris le parallélogramme AI pour le profil des Terres qui sont sur AH, & soit la hauteur de ce parallélogramme $= d$. Sa surface par laquelle il faut exprimer la pesanteur des Terres dont il est le profil, sera $= \overline{b - x} \times d = db - dx$.

Soit comme dans le Probleme précédent, la pe-

* Fig. 4.

pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font suivant ou parallelement au talus QX, dans le rapport de f à φ, l'on aura l'effort des Terres, dont AI est le profil, par cette analogie,

$f : \varphi :: bd - dx : \frac{\varphi bd - \varphi dx}{f}$, dont le quatrieme terme est l'effort que les Terres, dont AI est le profil, font contre le Revêtement.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité P du profil parallélogrammique AI, & agissant suivant PY, est appliqué au bras de levier ZY tiré du point d'appui Z perpendiculairement sur PY, ainsi il faut trouver ce bras de levier ZY.

Pour cela soit tirée SZ parallele à QL, les triangles rectangles semblables QLX, SYZ donneront $QX : LX :: SZ$, ou $CD : ZY$.

Mais $QX = c$, $LX = b$.

Et à cause que PY passe par le centre de gravité P du parallélogramme AI, & est parallele au talus QX ou AD, le côté AH du parallélogramme est coupé en deux parties égales, comme aussi HD en deux parties égales, ce qui donne $CD = \frac{HD}{2}$.

Mais HD que nous avons trouvé dans le Probleme précédent sous le nom de $HF = \frac{ab - ax}{b}$. Donc $CD = \frac{ab - ax}{2b}$.

Donc l'analogie $QX : LX :: SZ$, ou $CD : ZY$, devient celle-ci, $c : b :: \frac{ab - ax}{2b} : ZY = \frac{ab - ax}{2c}$

Mul-

Multipliant cette valeur $\frac{ab-ax}{2c}$ du levier ZY par l'effort $\frac{\varphi bd-\varphi dx}{f}$ des Terres qui chargent la partie AH du terreplain, le produit $\frac{\varphi adbb-2\varphi adbx+\varphi adxx}{2cf}$ sera l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart est chargé, laquelle Formule se reduit à

$\frac{\overline{b-x}^2 \times \varphi ad}{2cf}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME III.

Trouver l'énergie du Revêtement triangulaire HDB *qui doit soûtenir les Terres qui font effort pour le renverser.*

SOLUTION.

* Soient comme dans les Problemes précédens, la hauteur HD du Revêtement, comme la hauteur AN des Terres............. $= a$
La base BD du Revêtement............ $= x$
La base ND du talus des Terres........ $= b$
A cause des triangles rectangles semblables AND, FDB, l'on aura $FD = \frac{ax}{b}$ & $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab-ax}{b}$, & la surface du trian-

* Fig. 3.

triangle $HFB = \frac{HF \times DB}{2} = \frac{abx - axx}{2b}$.

Or de tout le Revêtement HDB, il n'y a que la partie HFB qui résiste à l'effort des Terres OFH qui poussent pour renverser le Revêtement.

C'est donc l'énergie de cette partie qu'il faut trouver. Pour cela soit la pesanteur de la maçonnerie à celles des Terres dans le rapport de p à ϖ.

Si la partie HFB étoit de Terre, l'on exprimeroit sa pesanteur par sa surface $\frac{abx - axx}{2b}$; mais comme elle est de maçonnerie dont nous avons supposé la pesanteur à celle de la Terre dans le rapport de p à ϖ, l'on aura sa pesanteur par cette analogie $\varpi : p :: \frac{abx - axx}{2b} : \frac{pabx - paxx}{2b\varpi}$, dont le quatrieme terme sera la pesanteur de la partie triangulaire HFB du Revêtement.

Comme cette partie HFB du Revêtement ne peut être renversée que sur le point d'appui B, & que sa pesanteur est réunie à son centre de gravité Q, cette pesanteur est appliquée à un bras de levier BC pour s'opposer à l'effort que font les Terres pour la renverser.

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pabx - paxx}{2b\varpi}$ de

de cette partie *HFB* du Revêtement par son bras de levier $BC = \frac{2BD}{3} = \frac{2x}{3}$,

Le produit $\frac{pabxx - pax^3}{3b\varpi}$ sera l'énergie de la partie *HFB* du Revêtement qui peut être renversé par l'effort des Terres. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

* Si le Revêtement n'avoit point de fruit, c'est-à-dire, que sa face extérieure *GB* fût parallele à la face intérieure *HD*, il faut remarquer que,

1°. Si l'on suppose le point d'appui du Revêtement en *B*, pour-lors l'énergie du parallélogramme *HFBG* sera à celle du triangle *HFB* :: $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$, c'est-à-dire :: $1 : \frac{2}{3}$, ou :: 3 : 2.

Car la surface du parallélogramme *GF* est à celle du triangle *HFB* :: 2 : 1.

Et le levier du même parallélogramme *GF* est à celui du triangle *HFB* :: $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$.

Ainsi multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura l'énergie du parallélogramme *GF* à celle du triangle *HFB*, comme $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$ ou :: 3 : 2.

2°. Si le point d'appui n'étoit point en *B*, mais que les points d'appui du parallélogramme *GF*, & du triangle *HFB* fussent écartés du

* Fig. 3.

du point *B* de $\frac{1}{3}$ de leur base, il arriveroit que le parallélogramme & le triangle auroient même énergie.

Car le levier du parallélograme seroit à celui du triangle :: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$, c'est-à-dire :: 1 : 2.

Ainsi multipliant par ordre la premiere analogie de la Remarque, & celle-ci, l'on aura
l'énergie du parallélogramme *GF*
à l'énergie du triangle *HFB*,
comme 2 × 1
est à.... 1 × 2.

C'est-à-dire, l'énergie du parallélogramme égale à celle du triangle.

Donc il est indifférent d'opposer aux Terres qui veulent ébouler, ou le parallélogramme *GF*, ou le triangle *HFB*, lorsqu'on veut que le point d'appui soit éloigné du point *B* de $\frac{1}{3}$ de leur base *BF*.

PROBLEME IV.

Trouver la base BD *du Revêtement triangulaire* HDB *qui doit faire équilibre avec la Poussée des Terres, sur le point d'appui* B.

SOLUTION.

* Comme le Revêtement & les Terres doivent faire équilibre sur le point d'appui *B*, il faut que leurs énergies soient égales sur ce même appui *B*.

Mais

* Fig. 3.

Mais nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres

$$= \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme troisieme l'énergie du Revêtement triangulaire $= \frac{pabxx - pax^3}{3b\varpi}$.

Ce qui donne cette égalité

$$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c} = \frac{pabxx - pax^3}{3b\varpi}$$

D'où l'on tire $\frac{\sqrt{\varpi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\varphi\varpi a}} = x$ qui est la base demandée. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME V.

Trouver l'énergie d'un Revêtement quelconque, c'est-à-dire, d'un Revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, sur un point d'appui quelconque.

SOLUTION.

* Soit $HXZT$ un Revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, dont le sommet HT soit parallele au talus naturel QX des Terres.

Soit la hauteur HX du Revêtement, & cel-

* Fig. 4.

celles QL des Terres.......................... $= a$

La base ZX du Revêtement............ $= x$

La base LX du talus naturel des Terres.. $= b$

La longueur QX de ce talus............ $= c$

Par l'extrémité extérieure Z de la base du Revêtement, soit tirée AZ parallele au talus QX des Terres.

Par le point H, sommet du Revêtement, soit tirée HO parallele au talus TZ du Revêtement.

Par le point T, sommet du talus du Revêtement, soit tirée TF parallele à la hauteur AX du Revêtement.

Enfin par le point B, où OH rencontre AZ, soit tirée BK parallele à la base ZX du Revêtement.

Toutes ces paralleles donneront le triangle HDB, semblable & égal au triangle TMZ, & le triangle HKB semblable & égal au triangle TFZ. Ce qui donnera $KB = FZ$, & $HD = TM$.

Soit $KB = y$, & XO égale à la base du Revêtement que nous avons trouvé & déterminé dans le Probleme IV, c'est-à-dire

$$= \frac{\sqrt{\varpi \varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\varpi \varphi a}}$$; pour-lors à cause des

triangles semblables QLX, DXZ, l'on aura $LX : QL :: ZX : DX$, c'est-à-dire, $b : a :: x : DX$

$= \frac{ax}{b}$, ce qui donne $HD = HX - DX = a$

$- \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cause des triangles semblables QLX, DKB,

DKB, l'on aura $LX : QL :: BK : DK$, c'eſt-à-dire, $b : a :: y : DK = \frac{ay}{b}$, ce qui donne HK ou $HD + DK = \frac{ab - ax + ay}{b}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables *HXO*, *HKB*, l'on aura $HK : KB :: HX : XO$, c'eſt-à-dire, $\frac{ab - ax + ay}{b} : y :: a : \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$.

Ce qui donne $y = \frac{\overline{b - x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}} = BK$ ou FZ.

Multipliant cette valeur de y ou de BK ou FZ par la valeur $\frac{ab - ax}{2b}$ de $\frac{HD}{2}$, le produit $\frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}}$ ſera la ſurface du triangle *HDB* ou de ſon égal *TMZ*.

Si le Revêtement étoit de terre, j'exprimerois la peſanteur de ſa partie *TMZ* par cette ſurface que je viens de trouver; mais comme il eſt de maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre dans le rapport de p à ϖ, l'on aura la peſanteur de cette partie *TMZ* du Revêtement par l'analogie ſuivante. $\varpi : p :: \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times a\sqrt{\varpi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times pa\sqrt{\varpi\varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur de cette partie *TMZ* du Re-

Revêtement, & se réduit à $\frac{\overline{b-x}^2 \times pa\sqrt{\varpi\varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$.

Comme cette partie *TMZ* ne peut être renversée qu'autour du point *Z*, sa pesanteur réunie à son centre de gravité est appliquée à un bras de levier $\varpi Z = \frac{2FZ}{3} =$

$$\frac{\overline{b-x}\times 2\sqrt{\varpi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}.$$

Ainsi multipliant cette valeur $\frac{\overline{b-x}\times 2\sqrt{\varpi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$ du levier ϖZ par la pesanteur

$\frac{\overline{bb-2bx+xx}\times pa\sqrt{\varpi\varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$, le produit $\frac{\overline{b^3-3bbx+3bxx-x^3}\times paa\varpi\varphi}{6b\varpi fcp} =$

$\frac{\overline{b^3-3bbx+3bxx-x^3}\times a^2\varphi}{6bfc}$ sera l'énergie du triangle *TMZ* qui se réduit à $\frac{\overline{b-x}^3\times aa\varphi}{6bfc}$.

Voyons maintenant quelle est l'énergie de la partie parallelogrammique *HDMT* du Revêtement.

Puisque nous avons trouvé $FZ = \frac{\overline{b-x}\times\sqrt{\varpi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$,

&

& que nous avons fait $ZX = x$, nous aurons

$$FX = ZX - FZ = x - \frac{\overline{b - x} \times \sqrt{\varpi \phi a}}{\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur de FX par la valeur $\frac{ab - ax}{b}$ de HD, le produit résultant $\frac{abx - axx}{b} - \frac{\overline{b - x} \times a\sqrt{\varpi \phi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ sera la surface du parallelogramme $HDMT$.

Comme ce parallelogramme est un profil de maçonnerie, nous aurons la pesanteur de la maçonnerie dont il est le profil, par cette

analogie, $\varpi : p :: \frac{abx - axx}{b} - \frac{\overline{b - x}^2 \times a\sqrt{\varpi \phi a}}{b\sqrt{2fcp}}$

est au quatrieme terme $\frac{pabx - paxx}{\varpi b} - \frac{\overline{b - x}^2 \times ap\sqrt{\varpi \phi a}}{\varpi b\sqrt{2fcp}}$ qui est la pesanteur de la maçonnerie, dont le parallelogramme $HDMT$ est le profil.

Mais cette pesanteur, étant réunie au centre de gravité ou milieu du parallelogramme $HDMT$, est appliquée au bras de levier

EZ ou $\frac{XF}{2} + FZ = \frac{x}{2} - \frac{\overline{b - x} \times \sqrt{\varpi \phi a}}{2\sqrt{2fcp}}$

+

$$+ \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\varpi\phi a}}{\sqrt{2fcp}} = \frac{x}{2} + \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\varpi\phi a}}{2\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur du bras de levier EZ par la peſanteur $\frac{pabx - paxx}{\varpi b} - \frac{\overline{b-x} \times ap\sqrt{\varpi\phi a}}{\varpi b\sqrt{2fcp}}$ du parallelogramme $HDMT$, le produit $= \frac{pabxx - pax^3}{2\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\phi}{4bfc}$ ſera l'énergie du parallelogramme $HDMT$, ſur un appui placé en Z.

Ajoûtant cette énergie avec celle du triangle TMZ ſur le même appui Z, la ſomme $\frac{pabxx - pax^3}{2b\varpi} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\phi}{12bfc}$ ſera l'énergie du Trapeze $HDZT$ qui peut être renverſé autour de l'appui Z par la pouſſée des Terres.

Si l'on veut un autre appui que le point Z, il eſt évident que ce point d'appui ſera dans la ligne DZ, qui eſt l'endroit par lequel le Revêtement peut être caſſé.

Soit donc cet appui dans un point quelconque V de la ligne DZ, de telle ſorte que l'on ait $l : g :: DZ : VZ$. Si de ce nouvel appui V, l'on tire la verticale VG, l'on aura auſſi $l : g :: ZX : GZ$. C'eſt-à-dire, $l : g :: x : GZ = \frac{gx}{l}$.

Or le point d'appui étant en V, les leviers ϖZ,

ϖZ, EZ auxquels étoient appliquées les pesanteurs des deux parties du Revêtement, seront racourcis de la quantité $GZ = \frac{gx}{l}$.

Il faudra donc de l'énergie du Revêtement que nous avons trouvé sur l'appui Z, retrancher le produit de la pesanteur du Revêtement, ou plutôt du Trapeze $HDZT$, par ce racourcissement $\frac{gx}{l}$ de levier; mais ajoûtant ensemble la pesanteur du parallelogramme $HDMT$, & celle du triangle TMZ, la somme $\frac{pabx - paxx}{\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\varpi \varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$ sera la pesanteur du Trapeze $HDZT$, laquelle étant multipliée par le racourcissement $\frac{gx}{l}$ des leviers, donnera

$$\frac{pabgxx - pagx^3}{\varpi bl} - \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\varpi \varphi a}}{2\varpi bl\sqrt{2fcp}}$$ pour le produit qu'il faut retrancher de l'énergie que nous avons trouvé sur le point Z.

Enfin la soustraction étant faite, le reste

$$\frac{pabxx - pax^3}{2\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\varpi bl}$$

$$+ \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\varpi \varphi a}}{2\varpi bl\sqrt{2fcp}}$$ sera l'énergie d'un Re-

vê-

vêtement quelconque, sur un appui quelconque suivant les conditions énoncées. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VI.

Trouver la base d'un Revêtement quelconque, dont l'énergie soit à celle des Terres qui poussent naturellement contre lui, plus celle dont le terre-plain du Rempart seroit chargé, dans le rapport de m, *à* n; *& que ce rapport d'énergie se fasse sur un point d'appui quelconque* V; *& que la base* XO *de la partie triangulaire du Revêtement, c'est-à-dire, le fruit soit* $= \frac{\sqrt{\varpi\phi abb}}{\sqrt{2fcp}+\sqrt{\varpi\phi a}}$ *qui est la base d'un Revêtement triangulaire qui peut faire équilibre sur l'extrémité de sa base avec le terreplain seulement, suivant le Probleme IV.*

SOLUTION.

*Nous avons trouvé dans le Probleme V. l'énergie du Revêtement sur un point quelconque

$$V = \frac{pabxx - pax^3}{2\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\phi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\varpi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\varpi\phi a}}{2\varpi bl\sqrt{2fcp}}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme pre-

* Fig. 4.

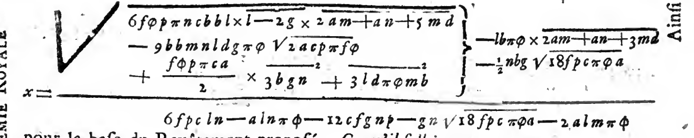
premier l'énergie des Terres qui pouſſent contre le Revêtement $= \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{6bfc}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme ſecond l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé $= \frac{\overline{b-x}^2 \times \phi ad}{2cf}$.

Mais ſuivant l'énoncé de ce Probleme, l'énergie du Revêtement doit être à l'énergie des Terres & de la maſſe dont le terreplain ſeroit chargé, dans le rapport de m, à n, ce qui donne cette analogie $\frac{pabxx - pax^3}{2\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\phi}{12bfc} -$

$$\frac{pabgxx + pagx^3}{\varpi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\varpi \phi a}}{2\varpi bl\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{6bfc} + \frac{\overline{b-x}^2 \times \phi ad}{2cf} :: m : n.$$

D'où l'on tire



$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} 6f\phi p\pi ncbbl \times \overline{l - 2g} \times \overline{2am + an + 5md} \\ - 9bbmnldg\pi\phi\sqrt{2acp\pi f\phi} \\ + \frac{f\phi p\pi ca}{2} \times \overline{3bgn}^2 + \overline{3ld\pi\phi mb}^2 \end{matrix}} - lb\pi\phi \times \overline{2am + an + 3md} - \frac{1}{2}nbg\sqrt{18fpc\pi\phi a}}{6fpcln - aln\pi\phi - 12cfgnp - gn\sqrt{18fpc\pi\phi a} - 2alm\pi\phi}$$

pour la baſe du Revêtement propoſé. *Ce qu'il falloit trouver.*

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE TRIANGULAIRE OU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les grains ſont arrangés de maniere qu'un grain ſoit appuyé ſur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, & que le talus ſoit formé par la face du Tetraëdre, la hauteur étant appellée a, la baſe du talus formé par la face du Tetraëdre ſera $= \frac{a}{2\sqrt{2}}$, & la longueur du talus ſera $= \frac{3a}{2\sqrt{2}}$, ſuivant le Théoreme I, Corollaire I.

Ainſi

Ainsi dans la formule de la base que nous avons trouvée dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la base du talus.

Et substituer $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur du talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme IV & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur le talus formé par la face du Tetraëdre, étoit à l'effort qu'elles faisoient contre le Revêtement suivant ledit talus, dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1;

Il faudra substituer $\sqrt{2}$ & 1 en la place f & φ que nous avions pris pour le rapport de la pesanteur des Terres, à l'effort qu'elles font contre le Revêtement suivant leur talus.

Ces substitutions étant faites, la Formule du Théoreme précédent se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8} p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an + 6md} \\ + \frac{27}{32} p\pi aaggnn + \frac{9}{8} lldd\pi\pi mm \\ - \frac{9}{8} amnldg\pi\sqrt{3p\pi}\end{array}\right\}} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an + 3ma} - \frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27p\pi}}{9pln - ln\pi - 18gnp - gn\sqrt{27p\pi} - 2lm\pi}$$

Ce qui donne la base d'un Revêtement avec un talus.

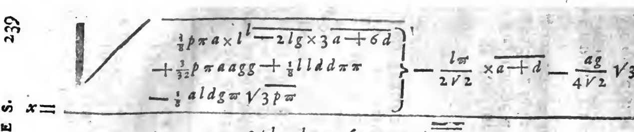
1°. En supposant que le talus, ou plutôt que la partie triangulaire formée par le talus, peut faire équilibre avec la Poussée des Terres sur l'extrémité de sa base.

2°. Que le Revêtement total a une énergie sur un point d'appui quelconque, laquelle énergie est à l'énergie des Terres qui poussent contre le Revêtement, plus l'énergie d'une masse de terre dont le terreplain du Rempart seroit chargé dans le rapport de m, à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait encore $m = n$, c'est-à-dire, si l'on suppose que l'énergie du Revêtement sur l'appui quelconque V, est égale à l'énergie que les Terres ont contre le Revêtement plus l'énergie d'une masse dont le terreplain du Rempart seroit chargé; ce qui dirigera l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de celles qui chargeroient ce terreplain vers le point quelconque donné V;

La Formule précédente se changera en celle-ci.



$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{matrix} \frac{1}{8}p\varpi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a + 6d} \\ + \frac{3}{32}p\varpi aagg + \frac{1}{8}lldd\varpi\varpi \\ - \frac{1}{8}aldg\varpi\sqrt{3p\varpi} \end{matrix}\right\}} - \frac{l\varpi}{2\sqrt{2}} \times \overline{a+d} - \frac{ag}{4\sqrt{2}}\sqrt{3p\varpi}}{3pl - l\varpi - 6gp - g\sqrt{3p\varpi}}$$

qui nous donne la base d'un Revêtement, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec les Terres du terreplain.

2°. Que l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers un point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Fig. 4. Si l'on vouloit de plus que l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse de terre dont le terreplain seroit chargé, fût dirigé vers l'extrémité Z de la base du Revête-

ment,

ment, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = 0$, & par conséquent $g = 0$, puisque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Substituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left\{ \frac{1}{8} p \varpi a \times \overline{3a + 6d} + dd\varpi\varpi \right\}} - \frac{a\varpi - d\varpi}{2\sqrt{2}}}{3p - \varpi}.$$

Ce qui donne la base d'un Revêtement avec un talus, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la Poussée des Terres du terre-plain.

2°. L'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la poussée de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers l'extrémité Z de la base du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose encore que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, il faudra faire la hauteur d de cette masse $= 0$, & pour-lors la Formule du Corollaire III, se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{aa\varpi}}{\sqrt{24p} + \sqrt{8\varpi}}$.

Ce qui donne la base d'un Revêtement, qui suffit précisément pour soutenir l'effort des Terres du terreplain seulement, & par conséquent

ſéquent ce Revêtement doit être triangulaire, puiſque nous avons fait enſorte que la partie triangulaire du Revêtement fût ſeule capable de faire équilibre avec la Pouſſée des Terres.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, & que l'on veuille conſerver le reſte de l'hypotheſe du Corollaire I, on aura la baſe du Revêtement tel,

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus du Revêtement, puiſſe faire équilibre avec la Pouſſée des Terres ſur un appui ſitué à l'extrémité de ſa baſe.

2°. Que l'énergie du Revêtement entier ſur un point d'appui V donné quelconque ſoit à l'énergie des Terres dans le rapport de m, à n, l'on aura la baſe de ce Revêtement en ſubſtituant o en la place de la hauteur d de la maſſe qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{9}{8} p\varpi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} + \tfrac{27}{32} p\varpi aaggnn} - \frac{l\varpi}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} - \frac{nag}{4\sqrt{2}} \sqrt{27p\varpi}}{9pln - ln\varpi - 18gpn - gn\sqrt{27p\varpi} - 2lm\varpi}$$

qui donne la base du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, comme dans le Corollaire V, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la base du Revêtement, c'est-à-dire, que g qui exprime VZ, fut $= 0$, pour-lors la Formule du Corollaire V se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} m\varpi aa + n\pi aa}}{\sqrt{9pn} + \sqrt{2m\varpi + n\varpi}}$.

Ce qui donne la base d'un Revêtement avec le talus, ensorte que

1°. La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour résister à la Poussée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de maniere qu'un grain soit appuyé sur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, mais que le talus soit formé par l'arrête du Tetraëdre;

La hauteur du Revêtement étant toujours $= a$, comme celle des Terres;

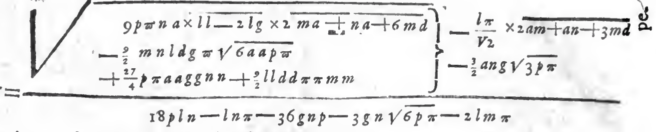
La base du talus formé par l'arrête du Tetraë-

traëdre sera $= \frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur du talus sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme nous l'avons vû dans le Corollaire I du Théoreme II.

Ainsi dans la formule des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b, qui exprimoit la base du talus des Terres, & substituer $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme V, & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, est à l'effort qu'elles font contre le Revêtement suivant ledit talus dans le rapport de $\sqrt{6}$ à 1, il faudra substituer $\sqrt{6}$ & 1 en la place de f & φ que nous avions pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la formule générale des bases que nous avions trouvé dans le Probleme VI, se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'au Revêtement qui soûtiendra des Terres sur un talus formé par des arrêtes de Tetraëdre.



$$x = \frac{\sqrt{\begin{array}{l} 9p\varpi na \times \overline{ll - 2lg} \times 2\,\overline{ma + na + 6md} \\ - \frac{9}{2} mnldg\varpi \sqrt{6aap\varpi} \\ + \frac{27}{4} p\pi aaggnn + \frac{9}{2} lldd\pi\pi mm \end{array}} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{2am + an + 3md} - \frac{3}{2} ang\sqrt{3p\pi}}{18pln - ln\pi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi}$$ pe-

qui nous donne la base du Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire du Revêtement formée par le talus peut seule faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur un point donné quelconque *V* est à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la masse dont le terreplain seroit chargé dans le rapport de *m* à *n*.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'est-à-dire, si l'on fait l'énergie du Revêtement sur l'appui quelconque *V* égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la masse dont ledit terreplain seroit chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la

pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, vers le point quelconque donné V;

La Formule précédente du Corollaire I pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{array}{l} 3p\pi a \times \overline{ll-2lg} \times \overline{a+2d} \\ -\frac{1}{2} aldg\pi\sqrt{6p\pi} \\ +\frac{3}{4} p\pi aagg + \frac{1}{2} llddp\pi\pi \end{array}} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a+d} - \frac{1}{2} ag\sqrt{3p\pi}}{6pl - l\pi - 12gp - g\sqrt{6p\pi}}$$

qui donne la base d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2°. L'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers le point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la pous-

ſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, fût dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = 0$, & par conſéquent $g = 0$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II précédent, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{3p\pi a \times \overline{a+2d} + \frac{1}{2}dd\pi\pi} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a+d}}{6p+\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un point d'appui ſitue à l'extrémité de la baſe dudit talus.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extremité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = 0$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d = 0$, c'eſt-à-dire, que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$$ qui eſt la baſe d'un Re-

vê-

vêtement qui ſuffit pour ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe dudit Revêtement ; & comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec la pouſſée de ce même terreplain, ſur un appui placé à cette même extrémité de baſe, il s'enſuit que ce Revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, & que l'on veuille conſerver le reſte du Corollaire I du préſent Article pour l'arrête du Tetraëdre, on aura la baſe du Revêtement, en ſubſtituant o en la place de la hauteur d de la maſſe qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{9p\varpi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{am + an} + \frac{27}{4}p\varpi aaggnn} - \frac{l\varpi}{\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} + \frac{3}{2}ang\sqrt{3p\varpi}}{18pln - ln\varpi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\varpi} - 2lm\varpi}$$

qui donne la baſe du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d=0$, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la base du Revêtement, l'on auroit $VZ=0$, & par conséquent $g=0$, puisque nous avons fait $DZ:VZ::l:g$.

Substituant donc o dans la Formule précédente du Corollaire V, elle se changera en celle-ci, $x=\frac{\sqrt{\varpi aa\times\overline{2m+n}}}{\sqrt{36np}+\sqrt{4m\varpi+2n\varpi}}$ qui est la base d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire suffit seule pour résister à la Poussée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de maniere qu'un grain soit appuyé sur quatre autres grains, comme dans les pyramides quarrées, le talus des terres sera formé par la face de cette pyramide.

Pour-lors la hauteur du Revêtement & celle des terres étant a, la base du talus des terres

res ſera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur de leur talus ſera $= \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, ſuivant le Théoreme III.

Ainſi dans la Formule générale des baſes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra ſubſtituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la baſe du talus des terres, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme VI & ſes Corollaires, que la peſanteur des Terres qui ſont ſur un talus formé par la face de la pyramide quarrée, eſt à l'effort qu'elles font contre un Revêtement ſuivant ledit talus, dans le rapport de 1 à $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ il faudra ſubſtituer 1 & $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ en la place de f & φ, que nous avions pris pour exprimer le rapport de la peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement ſuivant leur talus.

Ces quatre ſubſtitutions étant faites, la Formule générale des baſes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, ſe changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'aux Revêtemens qui ſoûtiennent les Terres ſur un talus formé par des faces de pyramides quarrées,

$$x = \frac{\left.\sqrt{\begin{array}{l}\tfrac{3}{2}p\varpi na\times\overline{ll-2lg}\times\overline{2am+an+6md}\\ -3amnldg\varpi\sqrt{p\varpi}\\ +\tfrac{9}{8}p\varpi aaggnn+\tfrac{9}{8}lldd\varpi\varpi mm\end{array}}\right\}\begin{array}{l}-\frac{\sqrt{2l\varpi}}{4}\times\overline{2am+an+3md}\\ -\tfrac{3}{2}nag\sqrt{\tfrac{1}{2}p\varpi}\end{array}}{6pln-\tfrac{1}{2}ln\varpi-12gnp-3gn\sqrt{p\varpi}-lm\varpi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire du Revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe de ladite partie.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point donné quelconque *V* eſt à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, dans le rapport de *m* à *n*.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque *V* égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la peſanteur du

Re-

Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la pouſſée des Terres dont il eſt chargé, vers le point quelconque donné V, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\left.\sqrt{\begin{matrix}\frac{3}{2}p\varpi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a+6d} \\ -3aldg\varpi\sqrt{p\varpi} \\ +\frac{9}{8}p\varpi aagg + \frac{9}{8}lldd\varpi\varpi\end{matrix}}\right\} \begin{matrix} -\frac{\sqrt{2l\varpi}}{4} \times \overline{3a+3d} \\ -\frac{3}{2}ag\sqrt{\frac{1}{2}p\varpi}\end{matrix}}{6pl - \frac{3}{2}l\varpi - 12gp - 3g\sqrt{p\varpi}}$$

qui donne la baſe d'un Revêtement tel que

1º. La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2º. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de l'effort du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si outre $m = n$, comme dans le Corollaire II, l'on ſuppoſe encore le point

d'appui V placé à l'extrémité Z de la base du Revêtement, l'on aura l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, dirigé vers l'extrémité Z de la base du Revêtement, ce qui donnera ZV, & par conséquent $g=o$, puisque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Substituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{3}{2} p \varpi a \times \overline{3a + 6d} + \tfrac{9}{8} dd \varpi\varpi} - \frac{3\varpi\sqrt{2}}{4} \times \overline{a+d}}{6p - \tfrac{3}{2}\varpi}$$

qui est la base d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO suffit pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité O de sa base.

2° L'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers l'extrémité Z de la base du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m=n$, & $g=o$, comme dans le Corollaire précédent, l'on suppose encore $d=o$, c'est-à-dire, que la hauteur de la masse dont le terreplain est

chargé

chargé eſt $=o$, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}},$$ qui eſt la baſe d'un Revêtement qui peut ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de ſa baſe.

Et comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec ce même terreplain, ſur un appui auſſi placé à l'extrémité de ſa baſe, il s'enſuit que ce Revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait ſeulement la hauteur d de la maſſe de terre dont le terreplain eſt chargé $=o$, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{3}{2}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} + \tfrac{9}{8}p\pi aaggnn} - \frac{l\pi\sqrt{2}}{4} \times \overline{2am+an} - \tfrac{3}{2}nag\sqrt{\tfrac{1}{2}p\pi}}{6pln - \tfrac{1}{2}ln\pi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\pi} - lm\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO peut faire équilibre avec la pouſſée du terreplain, ſur l'extrémité O de ſa baſe.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point d'appui quelconque donné V, eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d=0$, comme dans le Corollaire V, l'on fait encore $g=0$, c'eſt-à-dire, $VZ=0$, le point d'appui V tombera à l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, & la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{2\varpi maa + \varpi naa}}{\sqrt{24pn} + \sqrt{4m\varpi + 2n\varpi}}$$ qui donne la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO peut faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2°. L'énergie du Revêtement ſur l'extrémité Z de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

SCHOLIE.

Comme les Corollaires II nous donnent la maniere de diriger l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, vers un point quelconque V de la ligne DZ, dans laquelle le Revêtement peut caſſer, & qu'il nous fournit un talus TZ, tel qu'ayant mené

né par le sommet H du Revêtement une ligne HO parallele à ce talus, l'on a un triangle HXO, capable de faire seul équilibre avec la poussée du terreplain ; je crois que ces Corollaires II fournissent la méthode la plus sûre & la plus convenable pour construire les Revêtemens.

C'est pourquoi je m'attacherai à ces Corollaires II pour construire des Tables, où l'on pourra trouver les bases & les talus des Revêtemens.

Et comme ces Revêtemens contiendront les Revêtemens des Corollaires IV, lesquels font équilibre avec la poussée du terreplain seulement, il faudra aussi nous servir de ces Corollaires IV pour trouver les bases XO des parties triangulaires HXO de nos Revêtemens : c'est ce que nous allons faire dans l'application suivante.

Application des Corollaires II & IV à l'usage.

Si l'on fait la pesanteur p de la maçonnerie à celle ϖ de la Terre, dans le rapport de $3:2$, & si l'on place le point d'appui V de maniere que $DZ : VZ :: l : g :: 3 : 1$,

On aura.. $\begin{cases} p = 3 \\ \varpi = 2 \\ l = 3 \\ g = 1 \end{cases}$

Soit de plus la hauteur d de la masse dont le terreplain est chargé $= 10$.

POUR

POUR LA FACE DU TETRAEDRE.

Suivant les grandeurs aſſignées aux indéterminées p, ϖ, l, g, d, la Formule

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8\varpi} + \sqrt{24p}}$$

du Corollaire IV, pour la face du Tetraëdre, ſe changera en celle-ci, $x = \frac{113a}{1000}$ qui ſervira pour trouver le fruit du Revêtement, c'eſt-à-dire, la baſe de ſa partie triangulaire *HXO*.

Et la Formule que nous avons trouvé pour la face du Tetraëdre, dans le Corollaire II, ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1650.8844a + 7200} - 11.48526a - 84.8526}{-4.97052}$$

qui ſervira avec la Formule $x = \frac{113a}{1000}$ pour conſtruire la Table qui appartient à la face du Tetraëdre.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

Subſtituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10, en la place des indéterminées.... p, π, l, g, d,

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour l'arrête du Tetraëdre dans le

le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.\ 177\,a = \frac{177a}{1000}$ qui servira pour trouver la base *XO* de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1800a + 3600} - 9a - 60}{8.\ 48}$$

qui servira à trouver la base entiere du Revêtement.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

Substituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10. en la place des indéterminées.... p, ϖ, l, g, d.

La Formule $x = \frac{\sqrt{\varpi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour la face de la pyramide quarrée dans le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.\ 205\,a = \frac{205a}{1000}$ qui servira pour trouver la base *XO* de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour la face de la pyramide quarrée, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{156aa + 2292.12a + 7200} - 11.\ 949a - 84.\ 853}{2.\ 204}$$

qui

qui servira à trouver la base entiere du Revêtement.

C'est suivant les Formules de ce Scholie, que sont construites les trois Tables suivantes, * où l'on suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de 3:2; où l'on a évalué les efforts accidentels à une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé; & où l'on a placé le point d'appui V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, de maniere que $VZ = \frac{DZ}{3}$.

La premiere colomne de chaque Table contient les hauteurs des Revêtemens, de cinq pieds en cinq pieds jusqu'à cent.

La second colomne contient les bases XO des parties triangulaires HXO qui peuvent seules faire équilibre avec le terreplain, sur l'extrémité O de sa base XO.

La troisieme colomne contient la base OZ de la maçonnerie $HOZT$, adossée à la partie triangulaire HXO, afin que le Revêtement entier $HXZT$ puisse soutenir la poussée du terreplain & des efforts accidentels, & que le point V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, soit dans la distance $\frac{DZ}{3}$ de l'extrémité Z de la base.

Cette base OZ peut se prendre pour l'épaisseur HR au cordon.

Enfin la quatrieme colomne contient la base entiere XZ du Revêtement.

RE-

* *Voyez les trois Tables, à la fin de ce Mémoire.*

REMARQUE.

Comme nous avons ſuppoſé les Terres compoſées de parties toutes détachées les unes des autres, & parfaitement roulantes, il eſt évident que les Revêtemens que nous avons trouvé pour les ſoûtenir, ſoûtiendront encore mieux les terres qui ont quelque ténacité, comme il eſt certain qu'elles en ont toutes.

M. l'Abbé du Fay dans ſon Livre intitulé, *Maniere de fortifier, ſuivant la Méthode de M. de Vauban*, donne une Table des Epaiſſeurs des Revêtemens, dans laquelle il fait toûjours leur épaiſſeur au cordon de 4 pieds & demi, & ajoûte un talus dont la baſe eſt égale à la cinquieme partie de la hauteur du Revêtement; mais il eſt évident que ſuivant cette méthode, l'on donneroit trop de force aux Revêtemens peu élevés.

Les Tables que je propoſe étant faites pour trois différentes hypotheſes d'arrangement de terres, ſont toutes trois différentes: mais il faut remarquer que la troiſieme, qui eſt celle de la pyramide quarrée, donnant un talus égal à la cinquieme partie de la hauteur plus $\frac{1}{200}$, eſt aſſés approchante de celle de M. de Vauban pour le talus ſeulement, puiſqu'il ne differe que de $\frac{1}{200}$ de la hauteur du Revêtement; mais elle eſt differente par rapport aux épaiſſeurs au cordon, puiſque les épaiſſeurs au cordon qu'elle contient augmentent,

tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi remarquer, que cette troiſieme Table eſt aſſés conforme à celle que donne M. Gautier pour les Revêtemens de Terraſſes.

Enfin l'on peut remarquer, que les baſes que nous donne cette troiſieme Table de la Pyramide quarrée, ſont plus grandes que les baſes qui ſont dans les autres Tables.

La Théorie de ce Mémoire ſe peut appliquer à la Pouſſée des Voutes contre leurs piédroits & piliers butans, & à la recherche des baſes deſdits piédroits & piliers butans: mais comme ce Mémoire eſt déja aſſés long, j'en reſerve l'application aux Voutes pour un autre Mémoire, avant lequel je donnerai une ſuite de celui-ci, où je ferai voir l'utilité des Contreforts; pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la Pouſſée des Terres, & la conſtruction des Revêtemens.

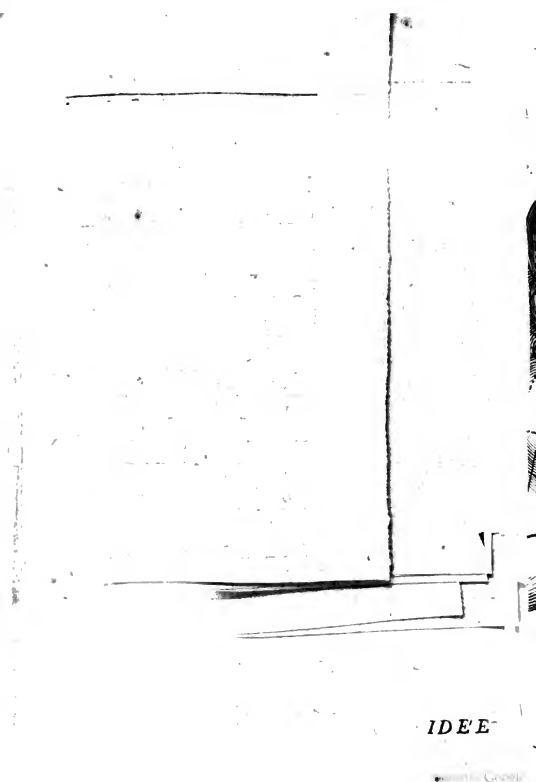
Mem. de l' ...

Fig. 4.

TABLE PRE...

Où l'on trouve les bases des Revêtemens
Terres qui prennent des talus inc





IDÉE

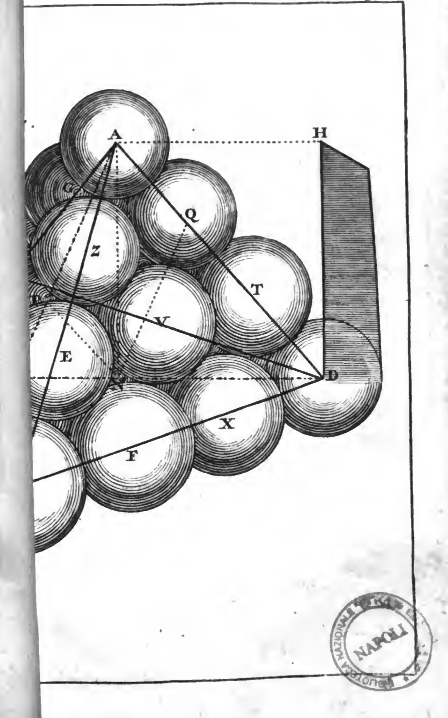

A
H
Q
Z
T
V
E
D
X
F

Fig. 4.

IDÉE GENERALE

Des differentes manieres dont on peut faire la Porcelaine; & quelles sont les véritables matieres de celle de la Chine.

Par M. DE REAUMUR. *

NOUS devons à l'action du feu, sur des terres, sur des sables, sur des pierres, & sur des combinaisons de ces différentes matieres, soit entre elles, soit avec des préparations minérales ou métalliques, trois sortes de productions qui nous procurent une infinité de commodités & d'agrémens; la Terre cuite, le Verre & la Porcelaine. La derniere est celle dont on a fait jusqu'ici le plus de cas; son prix a été porté bien au-delà de celui des deux autres; l'Europe à qui elle étoit étrangere, n'a rien épargné depuis plusieurs siecles pour s'en fournir; & ce qui est peut-être moins à la gloire de la Porcelaine qu'à celle des Chinois, c'est qu'à la Chine même, où se fait la plus parfaite, & où on ne fait que de vilain Verre, il y en a qui est mise au rang des choses précieuses.

Que ce soit par raison, ou par caprice, que nous sommes plus touchés de la vivacité & de la constance de ses couleurs, que de l'admi-

* 26 Avril 1727.

mirable tranſparence du Verre, qui ſemble lui rendre propre la couleur du liquide qu'il contient, toûjours reſte-t-il à la Porcelaine pour avantages réels ſur le Verre, d'être en état, quoique froide, de recevoir la liqueur la plus chaude; de ce que, après l'avoir reçûe, les doigts la touchent avec moins de riſque de ſe brûler; & enfin d'être moins fragile.

L'Europe l'a trop enviée à la Chine, pour qu'on n'y ait pas cherché à en compoſer de pareille; ſi on n'y eſt pas parvenu, au moins a-t-on réuſſi à l'imiter en quelque ſorte. Nous avons depuis pluſieurs années une Manufacture de Porcelaine, établie à S. Cloud, qui s'eſt fort perfectionnée dans ces derniers tems: depuis trois à qua re ans, on a fait des Porcelaines groſſieres pour des manches de couteau dans pluſieurs Fayenceries du Royaume. Les Païs étrangers n'ont pas négligé cette recherche. On y a travaillé en Hollande. Les Nouvelles publiques nous ont parlé d'établiſſemens tentés en differens endroits, dont j'ignore le ſuccès. Mais il y en a un en Saxe, où l'on compoſe une belle eſpece de Porcelaine, & qui eſt ſurtout remarquable par l'éclat de l'or dont eſt revêtu tout l'interieur de certaines taſſes blanches. Il n'eſt pas bien ſûr que quand on eût fait en Europe, ou au moins en France, de la Porcelaine auſſi bonne & auſſi belle que celle de la Chine, que l'étrangere ne lui eût pas été préférée. Mais il eſt certain que celle qui juſqu'ici a été faite en Europe, n'eſt pas préciſément de la nature de celle de la Chine;

qu'elle n'en a pas toutes les qualités. Quoique des Savans du premier ordre se soient exercés sur cette matiere, & qu'ils ayent assûré y avoir travaillé avec succès, ils ne nous ont même rien laissé de propre à nous mettre sur la voye des tentatives. L'Académie a eu un de ses Membres, M. Tschirnhaus, qui a trouvé le secret d'une composition de Porcelaine, qui selon les apparences est la même dont on fait usage en Saxe; il ne la confia en France qu'au seul M. Homberg, encore ce fut à condition qu'il ne la communiqueroit à personne qu'après sa mort. M. Homberg lui a trop bien tenu parole; il a survêcu M. Tschirnhaus de plusieurs années, & n'a rien appris de ce secret au public, ou, ce qui eût été la même chose, à l'Académie.

L'Etude particuliere que j'ai faite depuis long-tems des pratiques des Arts, ne pouvoit gueres me permettre d'ignorer tranquillement la nature d'une des plus belles matieres dont nous leurs soyons redevables. Et je me suis livré volontiers à une recherche où je me trouvois engagé par une sorte de necessité, dès qu'il m'a paru qu'on pouvoit y être conduit par ces principes clairs, qui menent sûrement au but quiconque n'est point effrayé par le nombre d'expériences qu'ils exigent.

Ils se tirent ici, ces principes qui doivent être des guides sûrs, de la nature de la Porcelaine. Pour la déterminer, il ne faut pas s'arrêter à ses ornemens exterieurs, au bleu, au rouge, au vert & à l'or qui la parent; les plus rares Porcelaines, les plus cheres, sont

entierement blanches, & ne ſont eſtimées que pour une certaine nuance de blanc. Ce n'eſt pas encore aſſés de l'avoir dépouillée de ſes couleurs, il faut lui enlever ſon écorce; le poli vif, brillant, éclatant avec lequel nous paroît toute Porcelaine, lui eſt auſſi étranger que ſes couleurs. Ce n'eſt qu'un enduit luiſant, un vernis d'un verre tranſparent qui ne lui appartient pas plus en propre, que les verres ordinaires appartiennent au bois, ou que les vernis des Poteries communes & des Fayences appartiennent aux terres dont elles ſont faites. Nous ne voyons donc la Porcelaine qu'au travers d'un voile, de rudes frottemens peuvent le lui enlever; mais pour la voir immédiatement, pour bien reconnoître ce qui conſtitue ſon caractere, nous n'avons qu'à conſiderer les caſſures de divers fragmens. Nous y obſerverons ſa tiſſure, nous reconnoîtrons qu'elle eſt moyenne entre celle du Verre, & celle des Terres cuites, ou des Poteries; nous n'y trouverons point ce brillant, cet œil verni que nous offrent les caſſures de tout Verre, ni une pareille continuité de parties. Nous y demêlerons une grainure, qui, à la verité, eſt fort differente de celle des terres cuites, par ſa fineſſe, & même par une ſorte d'éclat; d'où il eſt aiſé de juger que l'état de Porcelaine eſt un état moyen entre celui du verre, & celui des terres ſimplement cuites; que de-là vient en partie qu'elle eſt moins tranſparente que le verre, & qu'elle l'eſt plus que les poteries; que de-là vient, que quoique froide, elle réſiſte à l'eau chaude à laquelle le verre froid

ne

ne réſiſte pas. Cet état moyen eſt ſuſceptible d'une infinité de degrés qui compoſent des Porcelaines de qualités differentes; les unes, par la groſſeur de leurs grains, ſe rapprochent plus des poteries; & les autres, par la fineſſe des leurs, ſe rapprochent plus du verre. Toûjours reſte-t-il certain par le degré de tranſparence de la Porcelaine, & par l'éclat de ſon grain, qu'elle tient beaucoup du verre, & qu'on la doit regarder comme une vitrification imparfaite, ou comme une demi-vitrification.

C'eſt de-là que nous devons partir. Nous devons nous propoſer de faire des demi vitrifications, & que ces demi vitrifications ayent la blancheur qui plaît dans la Porcelaine. Deux maniéres différentes d'y parvenir ſe préſentent. Pour prendre une idée de la premiere, remarquons, que ſi après avoir pulveriſé certains ſables, certaines terres, on en fait une pâte, au moyen d'un peu d'eau; ou ſi encore on fait entrer certains ſels dans cette pâte, & qu'enſuite on l'expoſe à l'action d'un feu moderé, qu'elle y devient une terre cuite, pareille à celle de nos poteries. Si la chaleur eſt rendue plus violente, cette même matiere ſera transformée en verre. Ce paſſage de l'état de ſimple terre cuite à l'état d'un verre parfait, ſe fait apparemment par bien des états moyens, dont les uns ne ſont que des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications. Reſte donc à découvrir quelles ſont les matières qui ſont blanches dans ces états moyens, & qui y peuvent être ſaiſies; car les états moyens ne ſont pas toûjours aiſément ſaiſiſſables. Un morceau de glace,

un morceau d'un certain métal, peuvent être rendus fluides; mais il n'eſt pas aiſé de les ſaiſir dans un état de molleſſe ſemblable à celui d'une pâte, qui doit cependant ſe trouver entre leur ſolidité la plus parfaite & leur fluidité.

Dans l'eſpece de demi-vitrification que nous venons de conſiderer, chaque grain de la pâte a été rendu verre juſqu'à un certain point. Nous pouvons concevoir une autre eſpece de demi-vitrification, ſavoir, celle d'un compoſé où il y ait un mélange exact de parties totalement vitrifiées, & de parties qui le ſoient peu ou point du tout. Qu'on ait deux poudres fines, dont l'une peut être vitrifiée aiſément, & dont l'autre ne le peut être qu'au plus violent degré de chaleur, ou ne le peut point être du tout; que l'on forme une pâte de ces deux poudres, qu'on lui faſſe ſeulement ſouffrir la chaleur capable de fondre la matiere la plus fuſible: on aura alors une compoſition à demi-vitrifiée, qu'on appellera Porcelaine, ſi elle a un certain degré de tranſparence, & une certaine blancheur.

Ce ſont ces deux différentes voyes d'avoir des demi-vitrifications, que j'ai crû pouvoir ſuivre avec confiance : auſſi ai-je trouvé qu'elles donnent chacune pluſieurs eſpeces de Porcelaines, dans leſquelles ſont compriſes toutes celles qu'on a faites juſqu'à preſent. Il y a encore une autre voye plus ſinguliere de faire de la Porcelaine d'une eſpece dont il n'y a pas apparence qu'on ait tenté d'en faire juſqu'ici ; je n'en parlerai point aujourd'hui: à peine aurai-je aſſés de tems pour

pour faire entrevoir ce que j'ai tiré des deux autres manieres *, & sur-tout quelles sont les véritables matieres dont est faite la Porcelaine de la Chine, qui est apparemment ce qu'on aura le plus d'envie de savoir.

Les deux manieres générales de faire la Porcelaine, que nous venons d'expliquer, conduisent naturellemenr à une méthode pour reconnoître laquelle des deux on a suivie dans la fabrique de quelque Porcelaine que ce soit, pourvû qu'on en ait des fragmens, ou quelque piece qu'on veuille sacrifier. Car la Porcelaine qui est faite d'une matiere vitrifiable, mais saisie dans le tems où elle n'étoit vitrifiée encore qu'imparfaitement, étant tenue dans un Creuset extrêmement chaud, ou pour le plus court encore, étant exposée immédiatement au feu de Forge, achevera de s'y vitrifier, elle s'y transformera dans un Verre ordinaire. Toutes celles des Porcelaines faites jusqu'ici en Europe, que j'ai essayées, se sont parfaitement vitrifiées à un pareil feu. Mais on pourra exposer au feu violent d'un soufflet une composition de deux matieres, dont l'une n'est point du tout, ou presque point vitrifiable; cette composition ne s'y vitrifiera pas: & telle est celle de la Porcelaine de la Chine; le feu l'amene à la consistance de la pâte la plus molle, mais il la laisse Porcelaine; ce qui déja nous donne un caractere bien marqué pour la distinguer de celles d'Europe.

Je n'ai garde d'entrer dans le détail de differens

* Ce Mémoire fut lû à une Assemblée publique.

rens essais, que j'ai tenté par rapport à la fabrique de celles de l'une & de l'autre espece, il doit être reservé pour un plus long ouvrage; je me contenterai de montrer la route que j'ai suivie, & qui étoit indiquée par les principes que nous venons d'établir. J'avois à essayer, quelles sont les matieres qui se peuvent vitrifier aisément, quelles sont celles qui ne se vitrifient que par le feu le plus violent, quelles sont celles qui ne se vitrifient point par les feux de nos fourneaux, quelles sont les couleurs des unes & des autres après avoir souffert un feu plus ou moins long, & plus ou moins violent. Tout ce qui est compris dans le genre des matieres terreuses, s'offroit à ces essais; les terres de toutes especes, les crayes, les bols, les marnes, les glaises, les terres ordinaires, les sables de toutes qualités, les graviers, les pierres de tous les genres, les marbres, les agathes, les cailloux, les cristaux, les grès, les granits, les talcs, les plâtres, les ardoises, &c. L'étendue de ces essais paroîtra peut-être immense; aussi ne me serois-je pas promis de les épuiser, si je n'avois cherché des voyes abrégées de les faire, & d'en faire même souvent un très-grand nombre à la fois. Celles dont je me suis servi, meriteront, je crois, d'être expliquées ailleurs au long. Qu'on ne soupçonne pas, au reste, qu'il étoit inutile d'embrasser une tâche si vaste. Quand nous rendrons un compte détaillé de ce travail, on verra que telle matiere, qui auroit pû être négligée parce qu'elle promettoit peu, méritoit beaucoup d'attention. Ce travail d'ailleurs

leurs a un objet utile; il nous mettra en état d'établir des caracteres plus marqués des différentes classes des matieres terreuses & des matieres pierreuses, que ceux qu'on en a donnés jusqu'ici.

Ce n'a pas été assés d'éprouver seule chacune des matieres de cette nombreuse suite, il a fallu les combiner les unes avec les autres pour nos compositions, & cela encore par un autre principe fourni par un Phénomene singulier. Quelquefois deux matieres prises chacune séparément ne sont nullement vitrifiables, qui mêlées ensemble font un composé qui se vitrifie aisément. Enfin aux matieres terreuses il falloit encore ajoûter des combinaisons de sels. Les essais même des sels étoient d'autant plus necessaires, que j'avois certitude que ce n'étoit qu'avec leur secours qu'on étoit parvenu à faire de la Porcelaine dans des Fayenceries du Royaume; & c'est ce que nous verrons quand nous traiterons des Porcelaines d'Europe. Enfin, entre les compositions qui pourroient devenir de bonne Porcelaine, & également belle, il importoit de déterminer celles qui le deviennent après avoir souffert un moindre degré de chaleur. Des compositions trop difficiles à cuire seroient par-là rejettables.

Au moyen de ce plan, il n'étoit gueres possible que les meilleures manieres de faire de la Porcelaine pussent échapper, & il ne laissoit pour toute gloire à prétendre que celle de l'ordre du travail, & d'une patience à l'épreuve du nombre des essais qui se présentoient. Malgré pourtant toutes mes épreu-

ves, quelque heureuses qu'elles eussent été, j'aurois eû beau assûrer, vouloir prouver par des comparaisons de matieres, que j'avois la même composition que celle de la Chine, je ne sai si on se fût voulu rendre à mes preuves. Nous devons au hazard la plupart des decouvertes; l'ordre que je m'étois prescrit le rendoit assés inutile à mon travail: cependant, comme s'il falloit toûjours lui devoir quelque chose, au moins ai-je eû besoin qu'il me favorisât pour pouvoir bien établir la réalité de la réussite.

On sait tout ce qu'on a débité autrefois sur la matiere de la Porcelaine de la Chine; qu'on a prétendu qu'elle étoit dûe à la prévoyance des Chinois; que comme parmi nous le pere seme des bois pour sa postérité, que de même à la Chine on creusoit des fosses profondes, qu'on les remplissoit d'une terre qui devoit y rester des centaines d'années pour s'y pourrir, s'y mûrir, & devenir propre à faire de belle Porcelaine. D'autres nous ont assûré que des coquilles fournissoient la matiere de la véritable Porcelaine, & nous verrons dans la suite ce qui a pû en imposer à ces derniers. D'autres enfin nous ont rapporté tout simplement, que les Chinois faisoient leur Porcelaine d'une seule terre, qui est particuliere à leur Païs. Des voyageurs, même supposés éclairés & pleins de bonne-foi, sont rarement en état de nous donner des connoissances sur certaines matieres. Qu'on amene en Europe des Chinois, des Japonois des plus sensés, qu'on leur fasse parcourir nos differentes Manufactures; croit-on que

de

de retour chés eux, ils feront bien en état d'en instruire leurs compatriotes? On a imprimé en 1717. une Lettre du Pere d'Entrecolles Jesuite, sur la fabrique de la Porcelaine, qui ne doit pas être confondue avec ce qui est recueilli précipitamment par des voyageurs. Après avoir rempli les fonctions d'un zèlé Missionnaire à *Kim te tchim*, Ville de la Chine où l'on travaille le plus en Porcelaine, & où on fait la plus belle; il a entrepris de décrire ce qu'il a vû pratiquer bien des fois, & ce qu'il a appris de ses néophytes; il l'a fait avec beaucoup d'élégance. On imagine assés l'empressement que j'eus de lire cette Lettre. J'y trouvai un grand nombre de faits curieux, la suite du travail bien détaillée, les procedés de chaque manipulation bien expliqués, & qui reviennent aux pratiques de nos Fayenceries d'Europe: mais je n'y trouvai point ce que je cherchois le plus, le vrai caractere des matieres dont on fait la pâte de la Porcelaine; j'y vis seulement que cette pâte étoit un alliage de deux matieres, mais que la Lettre ne nous faisoit point assés connoître. Voici ce qu'elle en rapporte de plus précis.

La matiere de la Porcelaine se compose de deux sortes de terres; l'une appellée Pe tun tse, *& l'autre qu'on nomme* Kao lin. *Celle-ci est parsemée de corpuscules qui ont quelque éclat; l'autre est simplement blanche, & très fine au toucher, &c. Ces deux matieres sont apportées à* Kim te tchim, *réduites en forme de brique. Les* Pe tun tses, *dont le grain est si fin, ne sont autre chose que des quartiers de Roche qu'on tire des Carrieres,*

& auxquels on donne cette forme après les avoir pilé. Toute pierre n'y est pas propre, sans quoi il seroit inutile d'en aller chercher à vingt ou trente lieues dans la Province voisine; la bonne Pierre, disent les Chinois, doit tirer un peu sur le verd.

Pour nous faire ensuite connoître la seconde matiere, le *Kao lin*, ce même Pere nous apprend *qu'il demande un peu moins de travail que le* Pe tun tse: *la Nature y a plus de part. On en trouve des Mines dans le sein de certaines montagnes, qui sont couvertes au dehors d'une terre rougeâtre. Ces Mines sont assés profondes; on y trouve par grumeaux la matiere en question, dont on fait des quartiers en forme de carreaux, en observant la même méthode que j'ai marquee*, dit ce Pere, *par rapport au* Pe tun tse. *Je ne ferois pas difficulté de croire*, ajoûte-t-il de suite, *que la Terre blanche de Malthe, qu'on appelle la* Terre de Saint Paul, *auroit dans sa matrice beaucoup de rapport avec le* Kao lin *dont je parle, quoiqu'on n'y remarque pas les petites parties argentées dont est semé le* Kao lin.

Voilà à quoi se réduisent les idées que ce Pere nous a données des matieres qui entrent dans la composition de la Porcelaine: il nous apprend qu'on en employe deux, qui sont le *Pe tun tse* & le *Kao lin*. Mais qu'est-ce que sont précisément ces deux matieres? De quel genre, de quelle espece sont ces pierres dures dont on fait le *Pe tun tse*, & qui se réduisent en une pâte fine? Qu'est-ce que c'est que le *Kao lin*? Ce Pere a soupçonné cette derniere analogue en quelque sorte à la terre de Malthe. Ce qui, loin de nous conduire

à

à le reconnoître, ne pourroit que nous jetter à l'écart.

Heureusement que le Pere d'Entrecolles, qui n'avoit rien négligé de ce qui dépendoit de lui pour nous procurer des connoissances, avoit plus fait ; en envoyant sa Lettre au Pere Orry, Procureur général des Missions de la Chine, il l'avoit accompagnée d'échantillons. J'eus occasion de voir le Pere Orry en 1722. Il m'apprit qu'il avoit ces échantillons ; il me les montra sur le champ, il me pressa même de les partager, avec une politesse & des instances qui m'eussent forcé à l'accepter, quand j'en eusse eu moins d'envie.

Malgré le dérangement des étiquettes, arrivé dans un long voyage, il me fut aisé de retrouver chacune des matieres, que le Pere d'Entrecolles a désignées dans sa Lettre. Je vis donc du *Pe tun tse* en pain ; j'en vis en roche. Je fis réduire en poudre de ces fragmens de roche ; je passai la poudre à l'eau : je fus certain alors que celui que j'avois en pain, étoit véritablement venu de pareille roche.

Enfin je reconnus sans peine, que ces pierres appartiennent au genre des cailloux. Dans un Memoire que j'ai donné autrefois sur leur formation *, j'ai fait voir que ce genre de pierres est un des plus étendus, j'ai tâché de prouver qu'ils sont, pour ainsi dire, des pierres petrifiées une seconde fois, des pierres ordinaires qui, depuis leur production, ont

* *Mem. de l'Acad.* 1721. *p.* 332.

ont été de nouveau penetrées d'un ſuc pierreux ; que de-là vient que les cailloux s'éloignent plus ou moins du caractere des pierres communes, ſont plus ou moins cailloux. Ceux qui fourniſſent le *Pe tun tſe* ſont de ceux qui ſont le moins cailloux, de ceux qui ont le moins de tranſparence, & dont la caſſure eſt le moins polie.

Mais ce qui fait le caractere eſſentiel de ceux-ci par rapport à la Porcelaine, & ce que m'apprirent mes premiers eſſais, c'eſt que leur nature eſt de ſe vitrifier aiſément, ſans le ſecours d'aucuns ſels, quoique le feu ne les attaque qu'au travers des parois d'un Creuſet ; circonſtance dans laquelle les cailloux ordinaires ne ſe vitrifient nullement. Ils ſe transforment dans un verre un peu opaque, & aſſés blanc. Il eſt donc certain qu'une des matieres de la Porcelaine de la Chine eſt extrêmement fondante ; d'où on conclud ſans doute, que le *Kao lin* au contraire doit être cette matiere non fondante, non ou peu vitrifiable, qui, mêlée en certaine proportion avec l'autre, compoſera un tout qui ne ſera qu'imparfaitement, ou à demi vitrifiable ; & qu'ainſi la Porcelaine de la Chine eſt dans la claſſe de celles que notre ſeconde méthode nous a conduit à chercher.

Mais il reſtoit à connoître ce que c'étoit que le *Kao lin*. Ici les échantillons ne nous aidoient pas, comme pour le *Pe tun tſe* ; ils ne nous le faiſoient voir qu'en pains formés de la poudre, dans laquelle la pierre avoit été réduite. Le Pere d'Entrecolles lui-même ne l'avoit jamais vû tel que la Nature le donne,

ne, autrement il ne l'eût pas comparé à la Terre de Malthe, avec laquelle il n'a aucun rapport que celui de la couleur; il ne semble à la vérité alors, qu'une terre blanche, parsemée de brillans. J'aurois pourtant tort de faire valoir la peine que j'ai eûe à reconnoître cette matiere sous son déguisement; dès le premier coup d'œil je crus avoir deviné son origine, & je ne me trompai pas: peu auparavant j'avois fait réduire en poudre & en pâte certaines matieres, je crus revoir la pâte qu'elles m'avoient donnée, dès que je vis le *Kao lin*. Loin de penser que les brillans & les paillettes qui y sont parsemées dussent être prises pour une matiere qui lui fût étrangere, comme le sont aux sables & aux terres les paillettes talceuses qui y sont souvent mêlées; je pensai que les paillettes n'étoient ici que les plus grossiers fragmens, que ceux qui avoient échapé à la trituration; tels que sont les fragmens, les gros graviers qui restent parmi du grès pilé; & que comme ces derniers fragmens seroient propres à découvrir, à qui l'ignoreroit, quelle est la pierre d'où le sable du grès a été tiré, que de même ces paillettes nous découvroient le caractere des pierres qu'on avoit réduit en une poudre, qui paitrie ensuite à l'eau, formoit cette matiere qu'on appelle à la Chine *Kao lin*; que ces paillettes étant de vrayes paillettes talceuses, que le *Kao lin* n'étoit qu'un Talc pulverisé. Les matieres que j'avois autrefois fait réduire en une pâte, à laquelle le *Kao lin* m'avoit paru parfaitement semblable, étoient aussi des Talcs.

Ce

Ce n'étoient encore là que des conjectures probables; mais il n'étoit pas bien difficile d'imaginer un moyen de tirer de notre *Kao lin* de la Chine, des preuves qui en démontreroient la certitude ou la fausseté. Les paillettes dont il est parsemé, sont très-visibles, très-reconnoissables, & très-certainement des paillettes talceuses. Je fis fondre dans l'eau une portion de mon *Kao lin*; je séparai par des lotions les paillettes talceuses du reste de la masse; je les rassemblai, je les fis piler, passer à l'eau, & ensuite je les réduisis en pâte. Cette nouvelle pâte parut précisément la même que l'ancienne séparée de ses paillettes talceuses.

Enfin pour ne pas s'en fiër au seul jugement des yeux, qui pourtant ici ne laissoit aucun lieu à scrupule, j'ai ménagé ce peu de pâte sûrement talceuse, & j'en ai fait des essais pareils à ceux que j'ai faits avec le *Kao lin*; c'est-à-dire, que j'ai exposé de petits gâteaux de l'une & de l'autre au même feu; que j'ai mêlé de l'une & de l'autre séparément, & en même proportion, avec le *Pe tun tse*, & que j'ai fait cuire ces pâtes. Les essais ne m'ont pas fait voir la moindre différence entre ma pâte talceuse tirée du pain de *Kao lin*, & le *Kao lin* même. Des fragmens de Talc ont une grande ressemblance avec ceux de la Nacre des Coquilles; c'est cette ressemblance apparemment qui a trompé les Voyageurs, qui ont écrit que les Chinois composent leur Porcelaine de Coquilles broyées.

Jusqu'ici on ne s'est pas avisé en Europe d'employer le Talc pour la composition de

la

la Porcelaine ; il eût été impossible d'en faire cet usage dans des Manufactures, sans qu'on en eût été bien-tôt instruit. Comment eût-on pû faire des amas considérables d'une matiere si reconnoissable, la préparer, sans qu'on eût remarqué à quoi on l'employoit ? D'ailleurs, comme jusqu'ici elle n'a eu que des usages qui n'en ont demandé qu'une petite quantité, il eût été impossible de donner le change sur le nouvel emploi qu'on en eût fait. Ce qui est pourtant de certain, c'est que se conduisant dans la recherche de la compositon de la Porcelaine par les principes que nous avons posés, dès qu'on voudra en faire de la classe de celles qui ne sont qu'un alliage de deux matieres, dont l'une est vitrifiable & dont l'autre ne l'est point ; pour la matiere non vitrifiable, il n'est aucune dont on dût autant se promettre que du Talc : aussi n'en est-il point qui réussisse mieux. Des raisons des plus décisives, & des plus aisées à appercevoir, conduisoient à s'en servir.

1°. Nous ne connoissons point dans le genre des Pierres, de matiere plus difficile à vitrifier. Si on la renferme dans des Creusets, elle soutient la plus violente action du feu, sans en être alterée, car elle ne se calcine pas plus qu'elle se vitrifie. Par cette derniere remarque, on est averti de ne pas confondre ce Gyps transparent, qu'on nomme *Talc* à Paris, avec le véritable Talc.

2°. Nous ne connoissons point aussi de matiere qui conserve plus de blancheur & plus d'éclat au feu, que les bons Talcs ; aussi le *Kao lin* donne-t-il un blanc à la composition

cuite, que n'auroit pas le seul *Pe tun tse.*

3°. Une considération au moins aussi essentielle est celle de la transparence de cette pierre, & une transparence à l'épreuve d'un feu très violent. Si on mêloit une matiere non fusible, mais opaque, avec une matiere vitrifiable, il n'y auroit gueres lieu d'esperer de la transparence de ce composé; les parcelles opaques arrêteroient la lumiere qui auroit passé au travers des parcelles transparentes. Le Talc étant transparent, & conservant au feu sa transparence, ne laisse rien craindre de pareil pour le composé où il est entré, même dans une assés grande proportion. Le Pere d'Entrecolles, qui a observé tout ce qu'il étoit à portée d'observer, assûre qu'à *Kim te tchim*, pour faire les meilleures Porcelaines, on mêle le *Pe tun tse* & le *Kao lin* en parties égales. La plus belle & la meilleure Porcelaine est donc exactement une demi-vitrificatipn.

4°. Enfin le Talc a naturellement une flexibilité qui manque au Verre : comme le feu qui cuit la composition où il est entré, ne le vitrifie point, ou le vitrifie imparfaitement, il assés naturel de penser qu'il contribue à donner à la Porcelaine une sorte de souplesse. Un Chinois, dont nous parle le Pere d'Entrecolles, avoit grande raison de se mocquer du Hollandois qui avoit emporté du seul *Pe tun tse* pour faire de la Porcelaine: mais il n'étoit pas lui-même au fait des qualités des matieres qui la composent, lorsqu'il ajoûtoit, qu'il avoit emporté les chairs, & qu'il avoit laissé les os. Le *Kao lin* ne fait point du tout l'effet des os. Aussi le Pere d'Entre-

trecolles semble-t-il être trop entré dans l'idée de ce Chinois, lorsqu'il admire qu'une poudre tendre donne de la solidité, qui ici paroît signifier *dureté*, au *Pe tun tse* tiré des Roches les plus dures.

La composition de la Porcelaine de la Chine est donc connue. Il ne nous reste qu'à savoir si on a en Europe, & sur-tout dans le Royaume, des mêmes matieres que celles de la Chine, ou des matieres équivalentes. Car à la Chine, on ne fait pas par-tout de la Porcelaine; & dans tous les endroits où on y en fait, on n'en fait pas d'également belle: toutes nos Verreries ne font pas des Verres également beaux. Nous avons à chercher deux matieres, dont l'une nous tienne lieu du *Pe tun tse*, & l'autre du *Kao lin*.

Si je pouvois donner ici la liste de toutes les matieres que j'ai essayées, on n'auroit pas lieu de s'inquiéter pour la matiere fondante, ou pour celle du *Pe tun tse*, & je suis convaincu qu'on trouvera à augmenter cette liste, & peut-être de matieres préférables à celles qui m'ont paru excellentes, dès qu'on saura qu'il est important de les essayer. Les qualités qui sont nécessaires à cette premiere, c'est de se vitrifier aisément & en blanc. Les Terres mêmes nous en offriront qui ont leur singularité; nos Cailloux, nos beaux Sables, pourront être employés au moyen de quelques préparations. J'avertirai pourtant ceux qui voudront faire des essais sur les sables, de s'arrêter aux graviers, aux gros sables, plus volontiers qu'aux sables fins. Il est singulier que généralement j'aye trouvé jusqu'ici ces

derniers moins fusibles que les autres.

Mais un Mémoire entier ne sera pas de trop pour examiner les qualités des différentes matieres qui peuvent servir de *Pe tun tse*; nous y donnerons des compositions qui pourront tenir lieu de *Pe tun tses* naturels, & qui peut-être même leur sont préférables.

Il ne s'agit plus que de savoir si nous pourrons avoir du *Kao lin*, ou du Talc, aussi facilement. C'est une matiere qui n'a gueres été ramassée jusqu'ici que par des curieux. On ne s'est gueres avisé de faire usage que de celui qui se trouve en grands morceaux, & qu'on peut diviser en feuilles. On en couvre des Estampes; les Religieuses les employent pour tenir lieu de glaces à leurs *Agnus-Dei*. Ce Talc nous est vendu à Paris pour Talc de Moscovie. On a encore cherché à en faire un autre usage, & sur-tout de celui de Venise, pour composer des Fards admirables; l'éclat du Talc a été imaginé propre à en donner au teint des Dames. Si ce secret si cherché, cette huile, ou ces préparations de Talc étoient certaines, le mérite du Talc pour la Porcelaine ne seroit rien en comparaison.

Son Altesse Royale feu Monsieur le Duc d'Orleans, le plus éclairé des Princes que la France ait jamais perdu, qui saisissoit, même avec empressement, les occasions de contribuer à étendre nos connoissances, & surtout celles qui pouvoient nous mettre en état de faire valoir les avantages naturels du Royaume, voulut bien pendant plusieurs années, envoyer à tous les Intendans, des Mémoires où je demandois des Instructions dé-

détaillées sur ce que chaque Généralité produisoit en Mines, Terres, Pierres, Sables & matieres minérales, &c. & les charger d'envoyer des échantillons de chacune de ces matieres, qui sont actuellement rassemblés dans mon Cabinet. Parmi ceux que je reçus alors, il y en a de quantité de matieres qui auroient pû être regardées comme un objet d'une curiosité assés inutile; les especes de Talcs sont apparemment de ce nombre. Lorsque j'en suis venu aux essais sur la Porcelaine, j'ai trouvé à en faire un usage que je n'eusse pas osé esperer, & qui doit apprendre qu'il n'y a pas toujours aussi loin qu'on le pense, du curieux à l'utile, & que rien n'est à négliger dans les productions de la Nature. Le Poitou, le Berry, la Provence, le Languedoc, le Roussillon, & presque toutes les Généralités du Royaume, nous fournissent chacune, en plusieurs endroits, des Talcs de plusieurs especes. On n'a pas assés fouillé, assés cherché, pour savoir si on en trouvera abondamment dans tous ces endroits. Mais il y en a quelques-uns d'où on m'en a envoyé en si grande quantité, lorsque je n'en demandois que de petits échantillons, qu'il est à présumer qu'il ne seroit pas difficile d'en tirer assés pour fournir des Manufactures.

Restoit a voir si ces Talcs du Royaume réussiroient aussi bien que ceux de la Chine. Nous l'avons déja dit, on peut faire du Verre avec presque tous les cailloux: mais tout sable, tout caillou ne fait pas du Verre également beau. Aussi tous nos Talcs ne seront pas également propres à la Porcelaine:

il n'en est gueres pourtant qui ne mérite quelque attention. Mais un Memoire entier suffira à peine pour faire remarquer leurs singularités; c'en est assés pour celui-ci, de dire que j'ai comparé de ceux dont on trouve le plus abondamment dans le Royaume, avec le *Kao lin* de la Chine; & que de même j'ai comparé la matiere qui doit nous servir de *Pe tun tse*, avec le véritable *Pe tun tse*. Il étoit aisé de bien faire cette comparaison. J'ai mêlé en parties égales le *Kao lin* de la Chine & le *Pe tun tse* de la Chine; tantôt j'en ai fait faire de très petits gobelets, tantôt seulement des gâteaux, pour ménager des matieres qui m'étoient si nécessaires, & si difficiles à recouvrer. C'est à cette pâte purement de la Chine, que je devois comparer les autres. J'ai mêlé dans la même proportion quelques-uns de nos Talcs avec *Pe tun tse* de la Chine, & j'ai mêlé de même le *Kao lin* de la Chine avec le le *Pe tun tse* de France; & enfin j'ai mêlé ensemble du *Pe tun tse* de France, & de son *Kao lin* ou Talc. Ces essais cuits ensemble au même feu, ne pouvoient manquer de me donner tous les éclaircissemens desirés. La matiere fondante de France, mêlée avec le *Kao lin* de la Chine, a fait aussi bien que le *Pe tun tse* de la Chine mêlé avec le *Kao lin* du même païs; & le *Kao lin* de France, joint au *Pe tun tse* de la Chine, a tenu lieu du *Kao lin* de la Chine. Si je l'osois même, je dirois qu'il y en a qui a mieux réussi. Enfin notre Talc ou *Kao lin* de France, combiné avec notre pierre fondante ou *Pe tun tse*, a réussi comme le *Kao lin* de la Chine mêlé avec la même pierre.

La

La premiere épreuve que j'ai faite pour m'assûrer que le *Kao lin* de la Chine est un Talc pulverisé, celle où j'ai séparé par des lotions des paillettes talceuses d'un morceau de pâte de *Kao lin*, m'a fourni une autre observation, dont il est important de faire part à ceux qui voudront rechercher des Talcs pour en composer la Porcelaine. Le sédiment qui a été séparé par mes lotions, étoit composé de paillettes talceuses, & de grains d'un sable blanc. Pour avoir les paillettes talceuses, j'ai été obligé de les séparer de ce sable. Ce n'est pas ce que je veux faire remarquer: mais que le sable entre en partie dans la matiere qu'on pile pour en former les pains de *Kao lin*; que par conséquent cette matiere n'est pas, comme nos Talcs de Venise & de Moscovie, en morceaux de Talc pur; qu'il y a apparence qu'elle n'est qu'une sorte de pierre talceuse, dans la composition de laquelle le Talc entre pour beaucoup. Ainsi on doit tenter de faire usage des pierres talceuses, comme des Talcs. On en trouve plus communément, & nous en avons dans le Royaume qui réussissent admirablement pour la Porcelaine.

Quoique j'aye essayé par préférence les Talcs du Royaume, je n'ai pas négligé les épreuves de ceux des Païs étrangers. Les Talcs de Moscovie, les Talcs de Venise, ont été éprouvés; les matieres qui semblent tenir des Talcs, comme la Craye de Briançon, l'Amianthe, &c. l'ont été aussi; & ces différens essais m'ont fourni des observations singulieres pour la pratique & pour la physique.

Au reste, on voit assés que nous n'avons donné jusqu'ici qu'une legere ébauche d'un Art entierement nouveau pour nous, & qui présente une vaste matiere à d'utiles & de curieuses recherches. Nous aurons par la suite à en expliquer toutes les manipulations; comment on réduit en poudres fines nos sables ou pierres fondantes, & nos Talcs; à prescrire des regles sur le degré de finesse qui leur est essentiel; à apprendre comment on y parvient facilement en les passant à l'eau. Il nous faudra ensuite composer des pâtes du mêlange de ces poudres, en former des ouvrages, les cuire. Ce dernier article seul fournira bien des remarques sur la force & la durée du feu nécessaires; sur les inconvéniens du trop, ou du trop peu de feu; & surtout sur ce qu'il faut éviter pour que la couleur de la Porcelaine ne soit point altérée pendant la cuisson. Il arrive ici des accidens propres à bien déconcerter l'Artiste, mais qui instruisent le Physicien de phénomenes singuliers. Souvent une composition, dont je devois attendre beaucoup de blancheur, est sortie du fourneau opaque, brune, rougeâtre, noire. Enfin il sera essentiel de traiter de la maniere de peindre, de dorer la Porcelaine, & de donner, même à celle qui restera blanche, cette espece de vernis à qui elle doit son éclat. Mais on entrevoit assés jusqu'où de pareils détails doivent mener. Aussi ai-je cru que c'étoit assés pour le présent, d'avoir indiqué les routes qu'il faut suivre pour la fabrique de la Porcelaine; d'avoir fait connoître les véritables matieres de celle de la Chine, & d'avoir établi que nous en

trou-

trouvons de pareilles chés nous. Enfin, la composition de la Porcelaine de la Chine n'est pas la seule à laquelle nous devions nous tenir. Nos experiences nous ont fourni beaucoup d'autres manieres d'en faire, qui ont leurs singularités & leur utilité.

Mais, ce qu'on a peut être déja impatience de savoir, c'est quand nous profiterons de ces recherches, si elles nous procureront, & bientôt, de la Porcelaine de France aussi belle, & à aussi bon marché que celle de la Chine; car nous voulons voir les choses aussi-tôt faites que proposées. J'avouerai ingénuement, que cette façon de penser, qui nous est propre, m'a fait différer depuis plusieurs années à communiquer ce que je viens de commencer à donner aujourd'hui. Je sai qu'on n'en est pas quitte à aussi bon marché, quand on propose de ces recherches qui ont une fin utile, que quand on en annonce de purement curieuses; dès qu'on a publié les dernieres, on a rempli son objet. Mais on exige de qui en a promis d'utiles, de faire jouir de leur utilité, sans examiner si ce n'est pas trop exiger, que de charger quelqu'un & de l'invention & de l'exécution. Pour moi qui ai eu occasion d'apprendre combien il est difficile de faire de nouveaux établissemens dans le Royaume; qu'ils n'y sauroient réussir que par un assemblage de combinaisons qu'on ne peut que rarement esperer; qu'au moins ils n'y sauroient être en regle qu'après plusieurs années, pendant lesquelles l'Inventeur doit être muni d'un courage à l'épreuve de bien des discours, qui le chargeront des négligences des Entrepreneurs, des fautes des ouvriers, & même de ces

 retar-

retardemens qui ne viennent que des fâcheuses circonstances des tems; instruit, dis-je, de tout cela, je demande aujourd'hui par grace, qu'on ne regarde ce que je viens d'annoncer sur la Porcelaine, que comme des faits qu'on avoit ignorés, & qu'il étoit bon de savoir, que comme une simple Analyse de la Porcelaine; qu'on veuille bien que les engagemens que je contracte ne s'étendent qu'à donner les compositions des différentes especes de Porcelaine. Il est pourtant vrai que j'ai crû qu'on pouvoit proposer des recherches de cette nature avec une espérance qu'on n'auroit pas dans d'autres tems, sous un Ministere aussi bien intentionné & aussi éclairé que celui qui nous gouverne. Il ne lui échapera pas de faire attention à la quantité prodigieuse de Porcelaine qui est dans le Royaume, & dans toute l'Europe. Depuis le plus grand Seigneur jusqu'au plus petit particulier, tout le monde en a. Si on calculoit l'argent réel que les Indes ont tiré d'Europe avec cette seule Terre, on jugeroit que l'intérêt commun de ses Souverains eût dû les porter à tenter tous les moyens possibles d'en faire des établissemens dans leurs Etats. On a déja une grande avance pour ces fabriques. Les manipulations de la Fayance, & sur-tout celles de la Porcelaine imparfaite, au fait desquelles on est, sont pour l'essentiel les mêmes que celles que demandera la meilleure Porcelaine. On a des ouvriers instruits, il ne s'agit plus que de leur remettre de bonne matiere entre les mains. Il est vrai que les ouvriers vivent à meilleur marché à la Chine, qu'en

Eu-

Europe. Mais ce que la Porcelaine étrangere peut coûter de moins par cette considération n'est-il pas plus que compensé, par les frais des voyages qu'on fait pour l'aller chercher, & sur-tout par les profits qu'exigent ceux qui courent les risques d'un commerce si éloigné ? D'ailleurs, je ne desespere pas que nous n'ayons des moyens d'abreger les opérations, qui ne sont point connus à la Chine.

QUADRATURE ET *RECTIFICATION* *DES FIGURES* *FORMÉES PAR LE ROULEMENT* *DES POLYGONES REGULIERS.*

Par M. DE MAUPERTUIS.

I.

SI l'on fait rouler * un Triangle équilatéral *MBC* sur une ligne droite *ABCD*, un des angles *M*, pendant une révolution entiere du Triangle, tracera les arcs *AM*, *MD*; & si l'on tire les cordes *AM*, *MD* de ces deux arcs, l'espace du nouveau Triangle *AMD*, formé par ces cordes & par la base, sera triple du Triangle roulant.

La seule inspection de la Figure suffit pour s'en convaincre.

L'on trouveroit aussi des démonstrations

N 6 assés

* Fig. 1.

aſſés ſimples pour la même propriété, dans le roulement du Quarré, du Pentagone & de l'Exagone régulier; mais après ces quatre Polygones, les démonſtrations particulieres deviendroient fort difficiles, & la difficulté croîtroit avec le nombre des côtés du Polygone: il faut prendre une autre route.

* Si l'on fait rouler un Polygone régulier quelconque *MBCD* &c. ſur une ligne droite *ABCD* &c. la trace d'un des angles *M*, pendant une révolution entiere, formera la Figure *AMNO* &c. terminée par la baſe *ABCD* &c. & par les arcs *AM*, *MN*, *NO*, &c. & ſi l'on tire les cordes de chacun de ces arcs, l'on formera un nouveau Polygone compris par ces cordes & par la baſe, d'autant de côtés qu'en a le Polygone roulant.

Je dis que l'aire de ce nouveau Polygone eſt triple de celle du Polygone roulant.

Ayant tiré de l'angle décrivant, *M*, dans le Polygone roulant, les lignes *MC*, *MD*, &c. à tous les angles, il eſt aiſé de voir que chaque côté du Polygone s'appliquant ſucceſſivement ſur la baſe, chacun des Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ſe trouve dans la Figure formée par le roulement.

Outre ces Triangles dans leſquels on a partagé le Polygone roulant, la Figure contient encore autant de Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. que le Polygone a de côtés moins un.

Ces Triangles ſont les ſecteurs qui ſe formen

* Fig. 5.

mens pendant le mouvement de pirouettement du Polygone sur chacun de ses angles, c'est-à-dire, depuis qu'un côté quitte la droite jusqu'à ce que le côté suivant la rencontre, dont on a ôté les segmens *AM*, *MN*, *NO*, &c.

De-là suit, tous les angles du Polygone étant égaux, que tous les secteurs sont semblables, & ont pour angle aux centres *B*, *C*, *D*, &c. le complément de l'angle du Polygone *ABM*; & cet angle étant égal à l'angle *BKC* du centre du Polygone, tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. sont semblables au Triangle *BKC* du Polygone.

Cependant les secteurs semblables *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. changent continuellement de rayon: & ces rayons sont successivement les cordes *MB*, *MC*, *MD*, &c. tirées du point *M* dans le Polygone.

L'on voit assés que la Figure rectiligne terminée par les cordes des secteurs & la base, est composée de tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone, & de tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c.

Je dis que tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. plus, tous les Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. sont égaux au triple du Polygone roulant.

Par la génération de notre Figure, le Polygone roulant lui distribue successivement tous ses Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ainsi il reste à prouver que tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c.

 sont

ſont égaux au double du Polygone roulant.

Les Triangles Iſoſceles étant tous ſemblables au Triangle du centre du Polygone, & leurs côtés étant ſucceſſivement toutes les cordes MB, MC, MD, &c. du Polygone, le Triangle du centre BKC ſera à chacun de ces Triangles, comme le quarré de KB aux quarrés des cordes MB, MC, MD, &c.

Faiſant donc le Rayon $KB = r$.
Le côté du Polygone,
ou la premiere corde $MB = a$.
La ſeconde . . . . . . $MC = b$.
La troiſieme . . . . . $MD = c$.
&c.

Et le Triangle $BKC = T$.

L'on aura $ABM = \frac{aa}{rr}T$. $OEP = \frac{dd}{rr}T$.

$MCN = \frac{bb}{rr}T$. $PFQ = \frac{ee}{rr}T$.

$NDO = \frac{cc}{rr}T$. $QGH = \frac{ff}{rr}T$.

Et la ſomme de tous ces Triangles

$$ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T.$$

Mais M. le Marquis de l'Hopital * a démontré, & il eſt facile de voir, par la propriété du Quadrilatere inſcrit au Cercle, que dans tout Polygone régulier pair, la ſomme des quarrés des cordes paires eſt égale à la ſomme des quarrés des cordes impaires; & que chacune de ces ſommes eſt égale au quarré

* *Art. 454. des Sections Coniques.*

ré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone.

D'où il suit, 1°. pour les Polygones pairs, que la somme des quarrés de toutes les cordes, tant paires qu'impaires, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

2°. Que pour les Polygones impairs ; concevant un Polygone pair inscrit au même Cercle, dont deux côtés répondent à un côté du Polygone impair, les cordes paires de ce nouveau Polygone, seront toutes les cordes du Polygone impair ; dont la somme des quarrés est égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone pair qu'on a conçu, & par conséquent par le double du nombre des côtés du Polygone impair.

En général donc, soit que le Polygone soit pair, soit qu'il soit impair, la somme des quarrés de toutes les cordes, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

L'on a donc ici $2.7.rr = aa + bb + cc + dd + ee + ff$, ou $2.7 = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr}$

Et substituant 2.7, au lieu de cette quantité dans l'Equation $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T$.

L'on a $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = 2.7.T$.

C'est-à-dire, la somme des Triangles Isosceles

les égale au double du Polygone roulant.

Il est clair que cette démonstration n'est jamais arrêtée, quelque nombre de côtés qu'ait le Polygone: & que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui est le Triangle, jusqu'au dernier, qui est le Cercle.

L'on voit par-là que l'espace de la roulette est triple de celui du Cercle qui roule; mais on voit encore de quelle maniere il est triple; & pourquoi.

Ayant conçû du point décrivant du Cercle, tirées à tous les angles autant de cordes qu'il a de côtés moins un, l'on a vû qu'à chaque pas qu'il fait sur la droite, il y laisse, pour ainsi dire, successivement chacun des petits triangles formés par ces cordes. Ainsi voilà déja dans l'espace cycloïdal une somme de Triangles égale au Cercle.

L'application de deux petits côtés du Cercle sur la droite, est toûjours suivie d'un petit pirouettement sur l'angle du Cercle, pendant lequel, la corde décrivante trace un petit triangle ou secteur (l'arc ici se confondant avec la corde) toûjours semblable au Triangle formé dans le Cercle par deux rayons tirés aux extrémités d'un petit côté du Cercle.

Or je viens de démontrer en général, que la somme des Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. étoit double du Polygone roulant.

L'espace de la roulette est donc triple de celui du Cercle roulant, & le Cercle est as-

sujetti

ſujetti à la loi de tous les Polygones réguliers.

II.

* Si maintenant l'on fait rouler le Polygone ſur un autre Polygone égal & ſemblable, l'angle *M* du Polygone roulant tracera les arcs *Am*, *mN*, *Mn*, *nN*, &c. qui avec les côtés *ABCD* &c. du Polygone fixe, comprendront l'eſpace de ce nouveau roulement.

Le Polygone roulant laiſſera encore dans cet eſpace tous ſes Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. & y tracera tous les ſecteurs *AMB*, *MCN*, &c. dont les rayons ſont ſucceſſivement les cordes du Polygone.

Mais chaque ſecteur ſera double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Car le ſecteur ſe décrit depuis qu'un côté du Polygone roulant quitte le côté du Polygone fixe, juſqu'à ce que le côté ſuivant du Polygone roulant, rencontre le côté ſuivant du Polygone fixe; & cet intervalle eſt évidemment le double du complément de l'angle du Polygone.

Ayant donc partagé en deux également les arcs *AM*, *MN*, &c. & tiré les cordes *Am*, *mM*, *Mn*, *nN*, &c. l'eſpace terminé par ces cordes, & par les côtés du Polygone fixe, contiendra tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone; & de plus tous les Triangles Iſoſceles *ABm*, *mBM*, *MCn*, *nCN*, &c. & ne differera de

* Fig. 7.

de ce qu'il étoit lorſque le Polygone rouloit ſur une droite, que parce que les Triangles Iſoſceles ſe trouvent chacun répeté deux fois.

Or l'on a vû que dans le roulement ſur une droite, la ſomme des Triangles Iſoſceles étoit double du Polygone.

Voilà donc l'aire augmentée du double du Polygone.

Elle eſt donc quintuple de celle du Polygone.

Il eſt évident que cette propriété s'étend à tous les Polygones réguliers, quel que ſoit le nombre de leurs côtés; & qu'elle a encore lieu, lorſque ce nombre eſt infini.

Mais dans ce cas le Polygone fixe & le Polygone roulant ſont deux Cercles égaux; les cordes Am, mM, Mn, nN, &c. ne different point de leurs arcs, & le nouveau Polygone eſt la premiere Epicycloïde.

Et il faut dire à l'égard de cette Epicycloïde, ce que nous venons de dire à l'égard de la Cycloïde. L'une & l'autre n'ont leurs eſpaces triple & quintuple de leur Cercle generateur, que comme formées par le roulement d'un Polygone régulier ſur une droite, & ſur un Polygone égal.

RECTIFICATION DES FIGURES formées par le roulement.

I.

* Le contour de la Figure formée par le rou-

* Fig. 1.

roulement du Triangle équilateral, qui est le premier des Polygones impairs, est quadruple de la perpendiculaire tirée d'un des angles du Triangle sur le côté opposé.

Il ne faut que jetter les yeux sur la Figure, pour voir la vérité de cette proposition.

Mais la même propriété subsiste pour tous les Polygones impairs: pour la démontrer donc en général;

* Dans un Polygone impair, faisant toûjours les cordes AB, AC, AD, &c. $= a$, b, c, &c. la somme de toutes les cordes multipliée par la plus petite, qui est le côté du Polygone, est double du quarré de la plus grande.

C'est-à-dire $2 . \overline{a+b+c} \times a = 2cc.$

Dans le Quadrilatere $ABCD$, $aa+ac=bb.$

Dans $ACDF$, $bb+ab=cc.$

Donc $aa+ab+ac=cc$, ou $2 . \overline{a+b+c} \times a = 2\,cc.$

L'on trouvera facilement de la même maniere cette propriété, dans quelque Polygone impair que ce soit.

De-là naît un assés beau Théoreme, qu'on peut remarquer en passant.

C'est que, dans un Polygone impair quelconque, si l'on prolonge un côté AG, jusqu'à ce qu'il rencontre le côté opposé prolongé, la ligne AT, qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygne.

Car

* Fig. 3.

Car les Triangles *DKH*, *ATH*, sont semblables.

Et *DH* : *DK* :: *AH* : *AT*.

$$\tfrac{1}{2} a \; : \; r \;\; :: \; \frac{cc}{2r} \; : \; \frac{cc}{a} = AT.$$

Mais $cc = aa + ab + ac$.

Donc $AT = \frac{cc}{a} = a + b + c$.

L'on voit que lorsque le Polygone impair a une infinité de côtés, & par conséquent une infinité de cordes, la ligne *AT*, toûjours égale à la moitié de la somme des cordes, est infinie. En effet, le Polygone alors est un Cercle dont cette ligne est la tangente, qui, quoique ne rencontrant l'autre tangente *DT*, qu'à une distance infinie, forme avec elle un triangle *ATH* infiniment long, toûjours semblable au Triangle formé dans le Cercle par le rayon, la moitié d'un des petits côtés du Cercle, & la perpendiculaire tirée du centre sur le petit côté.

Je reviens aux Figures formées par le roulement des Polygones impairs, & je dis:

* Que le contour *AM* + *MN* + *NO* + *OP* + *PQ* + *QH* est quadruple de la ligne *AH* tirée d'un des angles perpendiculairement sur le côté opposé *DH*; j'appellerai cette ligne le *diametre du Polygone*.

L'on a vû que tous les Triangles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. sont semblabes au Triangle du centre *DKE*.

L'on

* Fig. 5.

L'on aura donc

$$AM = \frac{aa}{r}.$$

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2. \frac{aa + ab + ac}{r}.$

Mais $cc = aa + ab + ac.$

Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2. \frac{cc}{r}$ quadruple de $AH = \frac{cc}{2r}.$

Cette propriété eſt encore vraie dans les Polygones pairs, mais avec une différence aſſés ſinguliere, & qui réſulte de ce que ces Polygones ont, pour ainſi dire, deux *diametres*.

* Je dis donc que le contour de la Figure formée par le roulement du quarré, qui eſt le premier des Polygones pairs, eſt double de chacun des deux diametres *AM* & *PI*, ce qui eſt aſſés évident ſans démonſtration; mais cette propriété ſubſiſte pour tous les Polygones pairs.

† Dans un Polygone pair, la ſomme de toutes les cordes (les diametres traités comme cordes) multipliée par la plus petite, eſt égale

* Fig. 2. † Fig. 4.

égale à la somme des deux plus grandes, multipliée par la plus grande.

C'est-à-dire, $2.\ \overline{a+b+c+r}\times a = \overline{2r+c}\times 2r$.

Dans les Quadrilateres $ABCE$, $ab+2ar=bc$.

$ABCF$, $2ac=2br$.

$ABDE$, $aa+2br=cc$.

$ABDF$, $ab+bc=2cr$.

$ABEF$, $aa+cc=4rr$.

Donc $2.\ aa+ab+ac+ar=4rr+2cr$.

Ou $2.\ \overline{a+b+c+r}\times a=\overline{2r+c}\times 2r$.

L'on trouvera la même propriété dans quelque Polygone pair que ce soit.

De-là naît cet autre Théoreme.

Dans un Polygone pair quelconque, si l'on fait $KR=KI$; que l'on tire par le point R une perpendiculaire RT; & qu'on prolonge le côté opposé AH, jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire; la ligne AT qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone:

A cause des Triangles DKI, ATR.

$DI : DK :: AR : AT$.

$\frac{1}{2}a : r :: r+\frac{1}{2}c : \frac{2rr+cr}{a}=AT$.

Mais $2rr+cr=aa+ab+ac+ar$.

Donc $AT=\frac{2rr+cr}{a}=a+b+c+r$.

Ce Théoreme est encore vrai, lorsque le Polygone pair est devenu Cercle, sa tangente AT est encore égale à la moitié de la somme de toutes ses cordes; & l'on peut faire un raisonnement semblable à celui que nous avons

avons fait pour le Polygone impair devenu Cercle.

* Je dis maintenant, que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$ de la Figure formée par le roulement d'un Polygone pair, est double de chacun des deux diametres AE, PI.

L'on a toûjours $AM = \frac{aa}{r}$.

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

$$OP = \frac{2ar}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = 2. \frac{aa + ab + ac + ar}{r}$.

Mais $2.aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr$.
Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = \frac{4rr + 2cr}{r} = 4r + 2c$ double de chacun des deux diametres AE & PI.

Lorsque le Polygone a une infinité de côtés, & est devenu Cercle, si on le considere comme Polygone impair, il est clair que la ligne † AH devient le diametre du Cercle.

Et si on le considere comme Polygone pair, les deux diametres ‡ AE, PI, deviennent égaux, & se confondent chacun avec le diametre du Cercle.

D'où

* Fig. 6. † Fig. 3. ‡ Fig. 4.

D'où l'on voit que ſoit qu'on conſidere le Cercle comme Polygone impair, ſoit qu'on le conſidere comme Polygone pair, la longueur de la Cycloïde eſt quadruple du diametre du Cercle générateur.

I I.

* Dans le roulement d'un Polygone, ſoit impair, ſoit pair, ſur un autre Polygone ſemblable & égal, il eſt clair qu'il n'arrive d'autre changement dans le contour, ſi ce n'eſt que chaque ligne *Am*, *Mn*, *No*, ſe trouve répétée deux fois.

Le contour ſera donc double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Dans le roulement d'un Polygone impair ſur un autre Polygone égal & ſemblable, le contour ſera donc octuple du diametre.

Et dans le roulement d'un Polygone pair, le contour ſera quadruple de chacun des deux diametres.

Et enfin dans le roulement d'un Cercle ſur un Cercle égal, la longueur de l'Epicycloïde ſera octuple du diametre du Cercle générateur.

C'Eſt ainſi que la quadrature & la rectification de la Cycloïde & de l'Epicycloïde, ne ſont que des cas particuliers des Théoremes précédens; ces propriétés naiſſent dès le pre-

* Fig. 7.

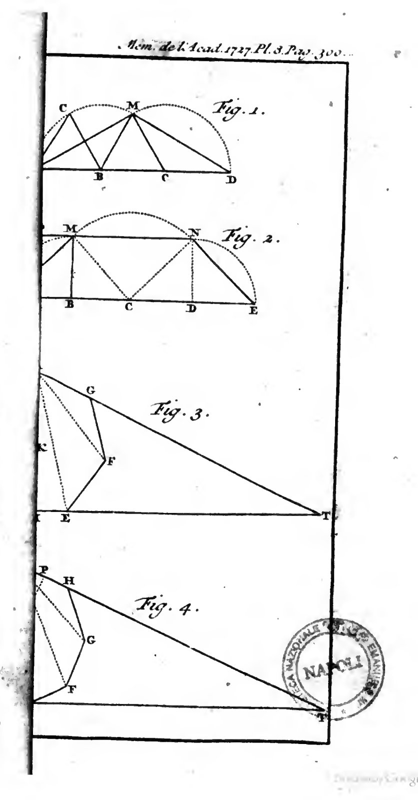
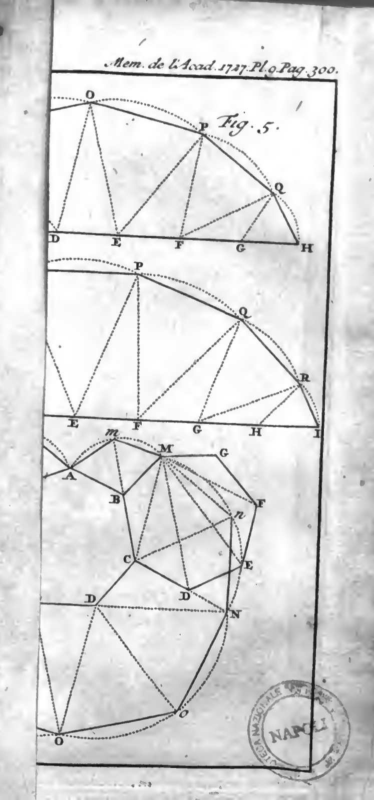


Fig. 1.
C
M
B
C
D
Fig. 2.
M
N
B
C
D
E
Fig. 3.
G
K
F
I
E
T
Fig. 4.
P
H
G
F
T


Fig. 5.
O
P
Q
D
E
F
G
H
P
Q
R
E
F
G
H
I
m
M
G
A
B
F
n
C
E
D
D
N
O
O

premier Polygone régulier, & n'arrivent au Cercle, qu'après avoir parcouru, pour ainsi dire, l'infinité des Polygones.

TROISIEME MEMOIRE
OU
REFLEXIONS NOUVELLES

*Sur une Précipitation singuliere de plusieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE.

Par M. LEMERY. *

LA difficulté, dont l'éclairciſſement ſera le ſujet de ce troiſieme Mémoire, eſt que, quand une ſolution de Sel de Tartre a précipité beaucoup de Sel moyen contenu dans l'autre ſolution, toute la quantité de particules d'eau qui ſervoient à la diſſolution de ce Sel moyen précipité, demeurent alors ſans emploi & ſans aucune charge à ſoutenir; & qu'étant oiſives, elles pourroient rediſſoudre le même Sel, puiſque tout précipité qu'il eſt,

* 24 Mai 1727.

eſt, il eſt toûjours diſſoluble. Pourquoi donc ne le font-elles pas?

Je réponds qu'elles le font bien auſſi, en certaines circonſtances. Par exemple, j'ai ſouvent remarqué qu'en ne verſant ſur une ſolution de Salpêtre qu'une petite quantité d'Huile de Tartre, on voyoit naître à proportion de la quantité du Sel de Tartre, une pouſſiere blanche qui ſembloit devoir s'aller bientôt précipiter au fond du vaiſſeau, qui tomboit en effet juſqu'au milieu de la liqueur, remontoit vers le haut, & diſparoiſſoit enſuite en ſe rediſſolvant.

Mais quand on verſe ſur la ſolution de Salpêtre toute la quantité neceſſaire d'Huile de Tartre, il ſe fait alors en peu de tems une précipitation abondante & proportionnée à la quantité de Sel de Tartre; & s'il ſe rediſſout enſuite quelque portion du Sel précipité, elle eſt ſi légere, qu'elle en eſt inſenſible. C'eſt dans cette derniere expérience que j'ai ſouvent obſervé que de la pouſſiere nitreuſe formée au milieu du liquide, il naiſſoit diſtinctement & en peu de tems une grande quantité de filets longs & nitreux, qui ſe précipitoient enſuite au fond du vaiſſeau.

Pour concevoir le différent effet que produiſent une petite ou une plus grande quantité d'Huile de Tartre par défaillance, verſée ſur une ſolution de Salpêtre; conſidérons qu'il ne ſuffit pas, pour que cette Huile y excite une précipitation complete, qu'elle faſſe lâcher priſe aux parties d'eau qui ſoutiennent cette petite partie de Nitre; qu'il faut encore qu'elle empêche dans le même

tems

tems & de la maniere qui sera expliquée dans la suite, les parties d'eau qui servoient à la suspension de cette petite partie de Nitre, & celles qui lui servoient d'intermede, de pouvoir la dissoudre, soit l'instant d'après qu'elle a été abandonnée à elle-même, & qu'elle est encore assés haut dans le liquide, soit lorsqu'elle est parvenue au fond du vaisseau.

Or quand on n'employe que peu d'Huile de Tartre, toute petite qu'est aussi la quantité de Sel de Tartre qui y est contenu, elle peut bien, à la vérité, donner passage à un assés bon nombre de parties aqueuses de la solution nitreuse pour exciter une précipitation sensible; & en effet dès qu'il ne s'agit que de servir de couloir à une liqueur, il n'est nullement necessaire que le filtre réponde par son volume à toute la quantité de la liqueur qu'il est capable d'admettre & de laisser passer; mais comme simple filtre, il n'empêchera pas que la liqueur filtrée & séparée de la matiere qu'elle contenoit, ne puisse s'y remêler & la redissoudre, quand elle se trouvera en situation de le pouvoir faire. Aussi lorsque nous avons rapporté dans le Mémoire précédent, que pour faire précipiter deux gros de Nitre dissous par une once d'eau, il falloit présenter à la liqueur une once de Sel de Tartre, avons-nous remarqué en même tems, que ce n'étoit pas qu'il en fallût toute cette once pour la filtration de l'once d'eau, & que beaucoup moins suffiroit & au delà pour ce sujet; mais que la dissolution de tout le Sel de Tartre qui n'arrivoit que l'instant d'après la précipitation,

servoit à charger si bien de Sel de Tartre l'once d'eau, qu'elle fût incapable dans la suite de redissoudre le Nitre précipité : & ainsi le Sel de Tartre, en opérant la précipitation d'un Sel moyen, a naturellement un double emploi; l'un de filtre, qui ne demande que peu de ce sel, l'autre qui en demande bien davantage, c'est-à-dire, toute la quantité requise pour occuper les parties d'eau qui ont été filtrées, & pour les empêcher de se livrer de nouveau au Sel moyen précipité : par conséquent une petite dose d'Huile de Tartre versée sur la solution du Nitre, peut bien remplir la premiere fonction, c'est-à-dire, celle de filtre, & faire précipiter une certaine quantité de Nitre.

Mais pour la seconde, elle en est entierement incapable, ne pouvant répondre à la fois & faire face par sa quantité aux parties d'eau qui soutenoient le Nitre, & à celles qui lui servoient de barriere, & le pouvant encore d'autant moins que le Sel de Tartre contenu dans cette petite dose d'Huile de Tartre, porte avec lui un poids égal au sien de particules d'eau, qu'il occupe déja ; il laisse donc toûjours un grand nombre de toutes ces particules d'eau dans une liberté parfaite, & d'autant mieux en état de dissoudre de nouveau, & de faire disparoître ensuite les petites masses nitreuses qui se précipitent, que le peu d'Huile de Tartre dont on se sert alors, n'obligeant qu'une médiocre quantité de parties de Nitre à se séparer de la liqueur, & la rencontre de ces parties n'étant pas assés multipliée par leur nombre

pour

pour qu'il en résulte des masses d'un certain volume, celles qui en sont formées sont d'une finesse avec laquelle bien-loin de fendre & d'écarter vigoureusement le liquide, & de se précipiter promptement au fond du vaisseau, elles n'y vont au contraire qu'avec lenteur, c'est-à-dire, avec une force proportionnée à leur masse; & par cela même, s'éloignant moins des parties d'eau qui leur avoient servi de véhicule oud'intermede qu'elles n'eussent fait sans cette circonstance, elles demeurent aussi plus à leur portée& à leur bienséance.

Et comme le fluide particulier dont l'eau emprunte son mouvement & sa fluidité, ne cesse point alors d'y agir, & fait des efforts continuels pour rétablir la distinction des masses d'eau confondues, & la régularité de leurs mouvemens interrompue; dès que le mouvement nouveau de trouble & de confusion procuré par la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & proportionné pour sa force & pour sa durée à la quantité de cette Huile, se dissipe & s'évanouit, chacune des portions dont on vient de parler, n'ayant plus rien alors qui les empêche d'obéir à la cause générale de leur fluidité, elles rentrent dans leurs mouvemens réguliers; les différens courans dont la liqueur est intérieurement composée, reprennent leur route naturelle & ordinaire; & les parties d'eau privées de Salpêtre, trouvant en leur chemin, dans le sein & au milieu du liquide, les mêmes parties nitreuses auxquelles elles servoient de véhicule ou d'intermede, elles s'en resaisissent aussi-tôt, & servent une seconde fois à leur dissolution.

Pour ce qui regarde présentement l'autre expérience, dans laquelle une suffisante quantité

d'Huile de Tartre versée sur la solution du Salpêtre, y produit un effet si différent de celui qu'y excite en pareil cas une moindre quantité de cette Huile, ce qui mérite d'autant plus d'être remarqué & éclairci, que comme la cause de la différence de cet effet ne consiste que dans le plus ou le moins d'Huile de Tartre employée, il sembleroit que l'effet devroit aussi ne différer que du plus au moins; & qu'ainsi, si une plus grande quantité d'Huile de Tartre précipite une plus grande quantité de Salpêtre, si même la matiere nitreuse se précipite alors jusqu'au fond du vaisseau, elle devroit du moins rentrer ensuite dans le sein de la liqueur, comme le fait une plus petite quantité de matiere nitreuse précipitée par une plus petite quantité d'Huile de Tartre ; car le Sel de Tartre qu'on employe tout dissout dans l'une & l'autre expérience, n'a pas plus besoin dans l'une que dans l'autre, des portions d'eau qui servoient à la dissolution de la matiere nitreuse qui s'est précipitée; par conséquent ces portions d'eau qu'on peut supposer devenues oisives & inutiles par la perte qu'elles ont faite du Salpêtre qu'elles tenoient dissout, se rencontrent également dans l'un & l'autre cas, & plus ou moins abondamment, suivant la quantité de la matiere précipitée: pourquoi donc cette matiere, qui dégagée de son dissolvant par une petite quantité d'Huile de Tartre, est si promptement ensuite reprise & redissoute par quelques-unes des parties de ce dissolvant, n'est elle pas reprise & redissoute de même dans la circonstance presente? Ou si une plus grande quantité d'Huile de Tartre a précipité plus de matiere nitreuse, il y a aussi plus de ces portions.

tions d'eau ſuppoſées inutiles, & qui n'attendent que de l'emploi ; en un mot, ou la quantité des portions d'eau dont il s'agit, ne répond pas moins à celle de la matiere précipitée, que dans l'autre expérience. Enfin, qu'elle peut être la cauſe, non ſeulement de ce que la matiere précipitée juſqu'au fond du vaiſſeau, ne rentre pas toute entiere dans le ſein du liquide dont elle eſt ſortie, mais encore de ce que quelque tems qu'elle demeure ſous ce liquide, on n'apperçoit pas plus qu'il s'y en rediſſolve quelques parties, & qu'elle diminue par là de volume & de quantité, que ſi cette matiere ſe trouvoit véritablement ſous un liquide dont toutes les portions fuſſent réellement autant chargées qu'elles le pourroient être de Sel de Tartre ou de Salpêtre, & par cela même dans l'impoſſibilité phyſique d'admettre la plus petite doſe de cette matiere?

Pour réſoudre cette difficulté, conſidérons d'abord que quand on verſe une grande quantité d'Huile de Tartre ſur la ſolution de Salpêtre, il n'eſt pas poſſible qu'il ne s'en ſépare pas toûjours alors une pouſſiere nitreuſe plus abondante & plus épaiſſe que quand la quantité de l'Huile de Tartre a été beaucoup moindre: or cette plus grande multitude de petites parties de Salpêtre venant à ſe rencontrer, forme de plus groſſes maſſes que dans le cas qu'on oppoſe à celui ci, & ces maſſes plus groſſes & plus peſantes, écartant par-là avec plus de force les parties du liquide pour ſe faire jour au travers de haut en bas, elles s'éloignent auſſi davantage des portions d'eau qui les y contenoient auparavant, & ſont bien moins à portée de les y

rencontrer, & d'en être repriſes & rediſſoutes, ſuppoſé que ces portions d'eau fuſſent alors capables de le faire ; auſſi lorſque ces portions d'eau viennent à recommencer dans le liquide leur cours ordinaire & naturel, interrompu par la chûte de l'Huile de Tartre, elles ne ſe chargent point alors, comme dans l'autre cas, du Salpêtre qui en avoit été ſéparé.

Il paroît même par la conſtance avec laquelle elles laiſſent toûjours enſuite au fond du vaiſſeau le Sel qui s'y eſt précipité, & qui n'eſt pourtant pas moins ſoluble qu'il l'étoit auparavant ſa précipitation, il paroît, dis-je, que puiſque ce n'eſt pas faute de particules d'eau que le liquide, tout chargé qu'il eſt déja de parties ſalines, ne diſſout point encore celles qui en ont été précipitées, il faut néceſſairement que depuis leur précipitation, il ſe ſoit fait dans les parties de ce liquide quelque arrangement ſingulier, moyennant lequel la matiere précipitée ne puiſſe y être admiſe, & y reprendre la place qu'elle y occupoit auparavant. Voici celui que j'imagine, d'après l'examen de ce qui ſe paſſe dans le liquide par le mêlange de l'Huile de Tartre & de la ſolution du Salpêtre.

Il eſt vrai-ſemblable de dire, que de toutes les petites portions de cette diſſolution, celles qui reçoivent une plus grande altération par le mêlange de l'Huile de Tartre, ce ſont celles ſur leſquelles les différentes portions de cette Huile tombent à plomb, & qui par-là ſont obligées de lâcher le Nitre qu'elles contiennent ; car pour celles ſur leſquelles l'Huile de Tartre ne tombe pas de même, il ne leur ſurvient que quel-

quelque changement dans l'ordre & la direction de leurs courans.

Il y a aussi tout lieu de croire, sur ce que nous voyons que la précipitation du Nitre suit immédiatement la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & que cette précipitation ne se fait gueres ou du moins sensiblement qu'immédiatement après qu'on a versé cette Huile sur l'autre liqueur; il y a, dis-je, tout lieu de croire, comme nous l'avons déja remarqué, que par le choc qui résulte de la chûte des différentes portions de l'Huile de Tartre sur un certain nombre de celles de la solution nitreuse, & qui brise, ouvre & confond ensemble toutes ces portions, les parties aqueuses de cette solution naturellement posées au dessous de celles de l'Huile de Tartre qui tombent dessus, frappées, pressées & obligées par le Sel de Tartre que contient cette Huile à enfiler les pores de ce Sel, en reçoivent une détermination de bas en haut, en vertu de laquelle elles montent suivant cette détermination au travers & au delà des pores de ce Sel; pendant que les parties du Nitre qui ne peuvent traverser de même le Sel de Tartre, comme nous l'avons prouvé clairement dans le Mémoire précédent, & qui sont abandonnées à elles-mêmes par les parties d'eau qui les tenoient auparavant divisées, prennent en vertu de leur pesanteur spécifique une route tout opposée, c'est-à-dire, de haut en bas.

Ceci posé, comme les deux effets différens que nous avons à expliquer ne dépendent que du plus ou du moins de l'Huile de Tartre

versée sur la solution du Nitre, c'est dans ce plus ou ce moins d'Huile de Tartre que nous devons chercher la cause de la différence que nous avons à expliquer; & pour en venir à bout, supposons que pour ce qui regarde uniquement la filtration des particules d'eau contenues dans les différentes portions de cette solution nitreuse, il faille à chacune des portions de cette solution une portion d'Huile de Tartre qui y tombe, & s'y applique immédiatement, & que ce qu'on en verse soit précisément cette même dose. Quand les parties aqueuses de la petite masse ou portion de cette solution nitreuse auront traversé les pores du Sel de Tartre contenu dans l'autre portion, & qu'elles seront parvenues au delà de ces pores, la perte que cette filtration leur aura fait faire du Nitre qu'elles contenoient, ne les aura rendu que plus propres à en recommencer la dissolution dans le sein du même liquide; comme elles le font en effet, & cela d'autant mieux que ces particules d'eau au sortir des pores du Sel de Tartre, auront été suffisamment rassemblées; car c'est-là une circonstance absolument nécessaire pour la dissolution des Sels, comme nous l'allons faire voir.

Mais quand on ne se contente pas de verser sur chaque portion de la solution nitreuse une seule portion d'Huile de Tartre, mais cinq, six, en un mot quand il y tombe successivement autant de portions de cette Huile qu'il en faut pour exciter une précipitation complete, c'est-à-dire, qui soit telle que la matiere précipitée ne se redissolve point en-

sui-

ſuite, & avant même que de parvenir au fond du vaiſſeau; les parties aqueuſes de la portion de la ſolution nitreuſe, après s'être filtrées au travers de la portion d'Huile de Tartre qui y étoit immédiatement appliquée, trouvent alors au delà quantité d'autres portions d'Huile de Tartre, dont elles n'ont pas à la vérité beſoin pour ſe dépouiller du Nitre qu'elles contenoient, puiſque l'affaire en eſt déja faite, mais dans leſquelles elles ſe mêlent, ſe répandent & ſe perdent en quelque ſorte, & cela plus ou moins, ſuivant la quantité de l'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution nitreuſe; de maniere que quand enſuite le calme & l'ordre interrompus par la chûte de l'Huile de Tartre commencent à ſe rétablir dans toute la liqueur, c'eſt-à-dire, quand chacunes des petites maſſes dont elle eſt compoſée, pouſſées les unes en un ſens, les autres en un autre par autant de petites portions du fluide particulier qui en eſt le mobile, reprennent leurs routes ordinaires, celles de l'Huile de Tartre & de la ſolution nitreuſe qui ont été mêlées & confondues enſemble, & dont l'aſſemblage forme des maſſes trop groſſes & trop diſproportionnées pour ſubſiſter en cet état avec les autres petites maſſes du liquide, rentrent dans leur premier volume à l'aide de différentes portions de leur mobile, dont les unes en emportent un certain nombre de parties vers un certain côté, les autres vers un autre, & par là il ſe reproduit autant de petites maſſes diſtinguées les unes des autres, qu'il y en avoit avant leur deſtruction, ou, ſi l'on veut, a-

vant leur mélange & leur confuſion. Mais comme ſur cinq ou ſix portions d'Huile de Tartre, il n'y en a qu'une de la ſolution nitreuſe, & que cette portion, l'inſtant d'après qu'elle a été dépouillée de ſon Nitre par la filtration, s'eſt répandue & diſperſée dans toute l'étendue des ſix portions d'Huile de Tartre, confondues les unes avec les autres, & avec cette portion de la ſolution nitreuſe; chacunes des ſept petites portions qui réſultent & qui renaiſſent en quelque ſorte du mélange dont on vient de parler, ſont, à proprement parler, compoſées d'Huile de Tartre, & d'un ſeptieme des parties aqueuſes de la portion de la ſolution dépouillée, comme il a été dit, de Nitre. Et quoique le Sel de Tartre contenu dans chacunes des nouvelles petites portions, n'ait nullement beſoin de ce ſeptieme de parties aqueuſes pour ſa diſſolution, puiſqu'avant que d'y être mêlé, il étoit déja tout diſſout par une ſuffiſante quantité de parties aqueuſes; quoique ce ſeptieme de parties aqueuſes libres & dégagées de Sels, ſoit en quelque ſorte de trop & ſans emploi dans la portion dont il fait partie, & par cela même d'autant plus propre en apparence à rediſſoudre le Nitre précipité, il ne le fera cependant pas, pour deux raiſons; l'une, c'eſt que ce petit nombre de parties aqueuſes provenues de la ſolution nitreuſe, ſe trouvera ſi fort offuſqué, abſorbé & recouvert par le grand nombre des parties d'Huile de Tartre de la même portion, que par-là il ſera toûjours, ou preſque toûjours impoſſible à ces parties aqueuſes d'agir immédiatement ſur

le

le Nitre précipité, sans quoi cependant il n'en dissoudroit jamais rien, quand il le pourroit d'ailleurs.

L'autre raison, c'est que chaque partie intégrante de Sel demande nécessairement une certaine quantité de particules d'eau qui travaillent & concourent ensemble & à la fois pour la détacher, l'entraîner, & lui servir de véhicule & d'intermede: or tout ce qui est au dessous de cette quantité, étant incapable de cet effet, le septieme des particules d'eau dont il s'agit, & que nous regardons aussi comme fort au dessous de la dose des particules d'eau nécessaires pour dissoudre la moindre petite partie de Nitre, demeurera parfaitement inutile pour cette dissolution, quand bien même il frapperoit à tout instant sur le Nitre précipité.

Au reste, l'arrangement qui vient d'être rapporté, paroît indispensablement nécessaire pour empêcher le Nitre précipité, de rentrer dans la liqueur; & sans un moyen pareil, on n'imagineroit pas pourquoi il n'y rentre point. Pour se convaincre davantage de la nécessité de ce moyen, faisons quelques réflexions sur la différence du Sel de Tartre présenté sous une forme séche à une solution nitreuse, & de celui qui y arrive tout dissout & sous une forme liquide. Nous remarquerons d'abord, que dans le premier cas où le Sel de Tartre est mis en œuvre sous une forme séche, chaque petite partie intégrante de ce Sel ne se trouve point encore pénétrée & entourée d'un certain nombre de parties d'eau, qui lorsqu'elles s'en sont une fois emparées, ne permet-

 tent

tent gueres à d'autres particules d'eau de la pénétrer à leur tour, sans une cause majeure & étrangere qui les y force: aussi chaque petite portion de la solution nitreuse n'a-t-elle besoin que de son mouvement propre & naturel pour entrer dans les pores du Sel de Tartre qui n'a point encore été dissout; au lieu que quand il l'a été, ce n'est plus que par l'effet & pendant l'effet que produit la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & dont la cause est indépendante de celle du mouvement du liquide, que quelques portions de cette solution trouvent une entrée dans les pores de ce Sel, comme nous l'avons déja remarqué & expliqué dans ce Mémoire.

De plus, dans l'expérience du Sel de Tartre présenté à la solution nitreuse sous une forme séche, chaque petite portion de cette solution qui dépose à l'entrée des pores de ce Sel, le Nitre qu'elle contenoit, se charge ensuite de toute la quantité de Sel de Tartre qu'elle peut dissoudre, & ce Sel n'apportant alors dans la liqueur aucunes parties aqueuses, & ne se dissolvant même qu'aux dépens de celles qui y étoient déja, & qui appartenoient auparavant au Salpêtre dont il occupe la place, ces parties aqueuses se trouvent si bien employées par le Sel de Tartre, qu'il ne leur est plus possible de mordre sur le précipité nitreux, non plus que sur tout autre Sel. Mais dans l'expérience où l'on se sert de l'Huile de Tartre, c'est-à-dire, du Sel de Tartre tout dissout avant que de le verser sur la solution nitreuse, le Sel de Tartre n'a aucun besoin pour-lors des parties

aqueu-

aqueuſes contenues dans les différentes portions de cette ſolution dépouillées de leur Nitre, il ſe ſoutient dans la liqueur par celles qu'il a apportées avec lui; & ainſi quelque quantité d'Huile de Tartre qu'on verſe ſur l'autre liqueur, celles de cette autre liqueur qui auront perdu leur Nitre, demeureront toûjours dans cette expérience ſans emploi: par conſéquent comme nous ne pouvons les anéantir, & les empêcher par-là de rediſſoudre le précipité nitreux pour la diſſolution duquel elles ſe trouvent dans toute la quantité néceſſaire, c'eſt en anéantiſſant leur effet ſur ce précipité, que nous pouvons mettre obſtacle à ſa rentrée dans la liqueur; & pour opérer cet anéantiſſement, il faut néceſſairement avoir recours à l'arrangement ſingulier qui a été imaginé, ou à quelque autre ſemblable qui vaille mieux, & qui lui ſoit préférable.

Suivant celui qui a été propoſé, & qui diſtribue dans chaque petite portion de l'Huile de Tartre mêlée à la ſolution nitreuſe, un ſeptieme, ou peut-être une plus petite quantité des parties aqueuſes d'une portion de cette diſſolution, le liquide ſe trouve chargé par-tout ou des petites portions d'Huile de Tartre, telles que nous venons de les rapporter, ou de Salpêtre reſté dans les portions d'eau que l'Huile de Tartre n'a point entamées.

Par quelle porte donc, ou plutôt, à la faveur de quelles parties d'eau le Salpêtre précipité rentreroit-il alors dans le liquide? Ce n'eſt pas par celles qui déja chargées autant

qu'el-

qu'elles peuvent l'être de Salpêtre, ne pourroient en admettre davantage, sans qu'il s'en fît aussi-tôt la précipitation, & cela par les raisons que j'ai rapportées dans deux Mémoires publiés, l'un en 1716, & l'autre en 1724. Ce ne sera pas non plus par les portions d'eau qui contiennent du Sel de Tartre; car s'il y avoit quelque apparence qu'elles pussent agir sur le précipité nitreux, ce ne pourroit être que par les particules d'eau de trop qui y ont été distribuées; & nous avons si bien fait voir par l'arrangement proposé, l'impuissance de ces particules d'eau à cet égard, que leur présence doit être comptée pour rien, & qu'à proprement parler, elles sont dans le liquide comme si elles n'y étoient point.

Peut-être opposera-t-on, que s'il étoit vrai que les particules d'eau précédemment occupées à tenir dissout le Nitre qui s'est précipité, & devenues depuis libres & dégagées des Sels, & par cela même d'autant plus capables de redissoudre le même Nitre qui s'en est séparé, ne le fissent cependant pas à cause de leur extrême dispersion qui les empêcheroit d'y travailler ensemble & de concert, ces particules d'eau toûjours existantes dans le liquide, & continuellement à portée de se réunir, ne manqueroient pas de se rassembler insensiblement dans la suite; & celles qui seroient réunies, agiroient aussi-tôt sur le précipité nitreux, qui de jour en jour diminuant de volume à proportion des parties nitreuses qui seroient rentrées dans la liqueur, s'évanouiroit enfin totalement; ce qui seroit tout le

le contraire de ce qu'on obferve dans le Nitre précipité qui demeure conftamment au fond du vaiffeau, fans qu'on y apperçoive après beaucoup de tems aucune diminution.

Je réponds, que quand une fois les particules d'eau dont il s'agit, ont été répandues & diftribuées de la maniere que nous l'avons fuppofé, dans les différentes petites portions d'Huile de Tartre, il ne leur eft pas bien aifé de fe réunir, du moins comme il le faudroit pour agir enfemble & efficacement fur le précipité nitreux: les petites maffes ou portions dans lefquelles chacunes de ces parties aqueufes font contenues, & qui les emportent, les unes d'un côté, les autres d'un autre, ne les mettent point du tout par-là à portée de fe raffembler. Un des moyens qui leur conviendroit en apparence pour cela, feroit le mêlange & la confufion de plufieurs de ces portions; mais on a fuffifamment prouvé dans ce Mémoire, que quand ces portions ne font foumifes & expofées qu'aux mouvemens égaux, règlés & uniformes qui fe paffent au dedans du liquide, elles y fubfiftent en leur entier, ou du moins elles s'y confondent rarement.

Suppofons cependant qu'elles le faffent, foit par le mouvement qui fe paffe dans l'interieur du liquide, foit par quelque caufe étrangere; ce ne feroit pas encore là le tout: il faudroit de plus 1°. qu'après la confufion des petites maffes d'Huile de Tartre, les parties aqueufes qui font de trop dans chacune de ces maffes, fe cherchaffent par préférence dans cette efpece de cahos, qu'elles fe trouvaf-

vaſſent, & que s'étant une fois trouvées, elles ne ſe quittaſſent plus dans la ſuite, & ſur-tout lorſque des différentes portions confondues, il s'en reformeroit de nouvelles, ce qui n'eſt pas bien aiſé à concevoir. Il faudroit en ſecond lieu, pour que les parties aqueuſes qui ſont de trop dans chaque petite maſſe d'Huile de Tartre, ſe raſſemblaſſent d'une certaine maniere & juſqu'à une certaine quantité, qu'il y eût auſſi un certain nombre de ces maſſes qui ſe confondiſſent à la fois. Et ſuppoſé qu'il fallût toute une petite portion d'eau pour la diſſolution d'une partie intégrante de Salpêtre; comme les parties aqueuſes, qui ſuivant notre ſuppoſition, ſont répandues dans ſept ou huit petites maſſes d'Huile de Tartre, & qui y ſont de trop, ne font toutes enſemble que la valeur d'une portion d'eau pure, il faudroit pour lui donner lieu de ſe reproduire, que ſept ou huit petites masſes qui fuſſent toutes d'Huile de Tartre, ſe confondiſſent à la fois: car ſi une partie de ces maſſes étoit chargée d'Huile de Tartre, & l'autre partie de ſolution nitreuſe, bien-loin que leur confuſion mît la liqueur en état de s'enrichir aux dépens du précipité nitreux, elle ne travailleroit au contraire qu'à une nouvelle précipitation, & à enrichir le précipité lui-même.

Par conſéquent, en conſidérant la diſtinction réelle des maſſes d'Huile de Tartre, où les particules d'eau qui y ſont de trop ſont contenues, la différente détermination de mouvement qui emportant chacune de ces maſſes, les unes d'un côté, les autres d'un autre, les tient toûjours ſéparées, & les empêche par-là de communiquer les unes avec les autres; leur réſiſtance mu-

mutuelle à ſe laiſſer pénétrer & à ſe confondre; l'inutilité qui réſulteroit de cette confuſion, ſi elles n'étoient pas exactement telles par leur quantité & leur qualité qu'il le faut pour cet effet; l'eſpece de merveilleux peu vrai-ſemblable qu'il y auroit, ſi les particules d'eau dont il s'agit, & qui par leur petite quantité ſe trouvant noyées & comme perdues dans les parties d'Huile de Tartre, dont ces maſſes ſont compoſées, ſont par cela même beaucoup moins à portée de ſe rencontrer les unes & les autres que celles de l'Huile de Tartre qu'elles trouvent par-tout; ſi dis-je, ces particules d'eau inutiles qui ſe trouvent de trop dans chaque maſſe d'Huile de Tartre, paſſoient toûjours, ou ordinairement, ou même aſſés ſouvent par deſſus celles qui ſont occupées à ſoutenir le Sel de Tartre, pour ſe rejoindre inſéparablement & comme par prédilection les unes aux autres, & pour ne plus faire dorênavant qu'un ſeul corps, ou une ſeule petite portion d'eau pure: En un mot, après avoir combiné enſemble tous les obſtacles qui s'oppoſent alors à cette réunion, & dont un ſeul, quand tous les autres auroient été levés, ſuffiroit pour la faire manquer; on ne peut s'empêcher d'avouer, que quand le hazard viendroit à bout d'opérer cette réunion malgré le concours des difficultés conſidérables qui ont été rapportées, il ne pourroit toûjours le faire que fort rarement, & ſeulement en quelques endroits du liquide. Or le peu de parties d'eau pure qu'il raſſembleroit alors, ne pouvant jamais diſſoudre qu'une très-petite quantité de précipité nitreux, ce qui en ſeroit enlevé pour-lors par ces particules d'eau réunies,

nies, feroit fi peu de chofe, qu'il feroit plus que remplacé par la petite dofe de précipitié nitreux qui fe forme à la longue au deffous des liqueurs chargées à la fois de Nitre & de Sel de Tartre, comme je l'ai déja remarqué dans ce Mémoire.

Concluons donc de ce qui a été dit, que fi le Nitre ou tout autre Sel moyen qui fe trouve tout placé dans un liquide, s'y maintient, du moins pour la plus grande partie, malgré le Sel de Tartre qui s'y trouve auffi; quand une fois ce Sel moyen en eft dehors, c'eft-à-dire, quand il a été précipité au deffous du liquide par une fuffifante quantité d'Huile de Tartre, cette liqueur trouve bien le fecret de l'empêcher d'y rentrer ou de s'y rétablir, quoique néanmoins le Sel moyen pût d'ailleurs y retrouver une place fuffifante fans l'arrangement nouveau & fingulier qui s'y eft fait, & qui y apporte un obftacle invincible.

Ce font-là les conjectures que mes expériences fur les diffolutions des Sels m'ont fait naître fur la matiere préfente. Mais cette matiere étant encore fufceptible d'une infinité d'autres expériences, fi je m'apperçois dans la fuite que quelques-unes de ces expériences que j'aurois faites, contrariaffent mes idées, que je ne donne que comme des probabilités, & en attendant mieux; l'amour de la vérité me feroit trouver un affés grand plaifir à me réfuter moi-même, pour n'en pas laiffer la peine à un autre.

DE

DE LA THÉORIE DES COMETES.

Par M. CASSINI. *

A L'OCCASION des Cometes des années 1707 & 1723, nous avons donné des règles pour déterminer leurs plus grandes & leurs plus petites distances possibles à la Terre, & divers élémens pour pouvoir reconnoître leur retour, supposant que leurs révolutions se font autour du Soleil suivant la suite des Signes de l'Occident vers l'Orient.

Cette supposition du mouvement des Cometes de l'Occident vers l'Orient à l'égard du Soleil, qui s'observe non seulement dans toutes les Planetes principales autour de cet Astre, mais même dans tous les Satellites autour de leurs Planetes, paroît être une règle constante de la nature. Mais comme il ne seroit pas impossible qu'elles eussent un autre centre de mouvement, nous avons crû devoir donner dans ce Mémoire des règles plus générales pour déterminer la distance réelle des Cometes à la Terre, la quantité & la direction de leur mouvement, le vrai lieu de leur Nœud & l'inclinaison de leur Orbite, la figure de leur Orbe supposée Elliptique, soit que le Soleil se trouve à l'un de leurs foyers, soit qu'il en soit éloigné; enfin le tems qu'elles employent à faire leur revolution, supposant qu'el-

* 18 Juin 1727.

qu'elles se meuvent suivant une ligne droite dans l'intervalle de quelques jours, & qu'elles décrivent pendant ce tems des espaces égaux en tems égaux.

Cette supposition, que le mouvement des Cometes se fait en ligne droite dans un petit intervalle de tems, & que pendant ce tems elles parcourent des espaces égaux en tems égaux, doit être admise, si elles se trouvent éloignées de la Terre & du centre de leur mouvement à une grande distance; car alors les arcs qu'elles parcourent, peuvent être regardés comme des lignes sensiblement droites, & l'inégalité de leur mouvement est peu sensible dans l'intervalle de quelques jours. Aussi la plûpart des Astronomes qui ont essayé de donner la Théorie des Cometes, ont fait ces deux suppositions.

Dans la Théorie de la Comete qui a paru en 1664, mon Pere a donné la Méthode de déterminer par le moyen de trois observations, la direction du mouvement des Cometes, qu'il a employée pour reconnoître celles qui ont paru retourner après une ou plusieurs révolutions.

Divers Astronomes ont employé dans la suite la même méthode, ou d'autres à-peu-près semblables; & M. Gregori dans ses Elémens d'Astronomie, rapporte une Méthode qu'il attribue à M. Wren, pour trouver dans ces deux suppositions, par le moyen de quatre observations, non seulement la direction du mouvement d'une Comete, mais même sa distance réelle à la Terre, d'où il déduit la quantité de son mouvement, & les autres Elémens de sa Théorie.

Comme il est très-important pour la perfection de la Théorie des Cometes, & pouvoir

par-

parvenir à reconnoître leur retour, d'avoir des Méthodes ſimples & faciles pour déterminer leur diſtance à la Terre & au Soleil, auſſi-bien que la quantité & la direction de leur mouvement, j'en propoſerai ici une qui m'a paru ſimple, & avec laquelle on peut déterminer avec aſſés de facilité, tant par une figure que par le calcul, tous ces divers élémens dans l'hypotheſe du mouvement de la Terre autour du Soleil.

* Soit S le Soleil, $ar\pi b$ l'Orbe annuel ſur lequel l'Aphélie eſt placé en a, & le Perihélie en π. Ayant placé ſur cet Orbe le point du Bélier, ♈, par rapport au point a de l'Aphélie; ſoient faits les angles ♈ S 1, ♈ S 2, ♈ S 3, ♈ S 4, du même nombre de degrés, minutes & ſecondes que le vrai lieu de la Terre dans le tems de quatre obſervations choiſies d'une Comete. Soient auſſi faits les angles ♈ Sl, ♈ Sp, ♈ Sq, ♈ Sr, de la même quantité que le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique au tems que la Terre étoit aux points 1, 2, 3, 4; & ſoient tirées de ces points les lignes 1 K, 2 N, 3 O, 4 M, paralleles aux lignes Sl, Sp, Sq, Sr.

Il eſt évident que ces lignes 1 K, 2 N, 3 O, 4 M, ſeront dirigées au vrai lieu de la Comete par rapport à la Terre & au Soleil. Car prolongeant 1 S en b, le point b marquera au tems de la premiere obſervation le vrai lieu du Soleil ſur l'Ecliptique qui eſt à l'oppoſite de celui de la Terre, & l'angle ♈ Sb, meſurera la diſtance du point du Bélier au vrai lieu du Soleil,

* Fig. 1. & 2.

leil, y ajoûtant l'angle ♈ *Sl* qui a été pris égal au vrai lieu de la Comete, c'est-à-dire, à sa distance au point du Bélier, on aura l'angle *lSb* qui mesurera la distance de la Comete au Soleil dans la premiere observation; mais à cause des paralleles *Sl*, 1 *K*, l'angle *K* 1 *S* est égal à l'angle *lSb*; donc l'angle *K* 1 *S* mesurera la distance de la Comete au Soleil, & par conséquent la Comete sera dans la direction de la ligne 1 *K* au tems de la premiere observation.

Soient prolongées les lignes 1 *K*, 2 *N*, 3 *O*, 4 *M*, jusqu'à ce qu'elles concourent ensemble, de maniere que le point *A* marque l'intersection des lignes 1 *K*, 2 *N*, tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres observations; le point *B*, l'intersection des lignes 4 *M* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la troisieme & quatrieme observation; le point *E*, l'intersection des lignes 1 *K* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la premiere & troisieme observation; *C*, l'intersection des lignes 2 *N* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la seconde & troisieme observation; & *D*, l'intersection des lignes 2 *N* & 4 *M* dirigées à la Comete dans la seconde & quatrieme observation.

Faites *CP* à *BC*, comme l'intervalle de tems entre la premiere & seconde observation, est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme.

Faites aussi *CF* à *CD*, comme l'intervalle entre la premiere & troisieme observation, est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Menés par les points *P* & *F*, ainsi dé-

déterminés, la ligne *PF*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre la ligne *IK* en *K*. Cette ligne *IK* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au tems de la premiere observation, réduite à l'Ecliptique.

Faites aussi *CT* à *AC*, comme l'intervalle de tems entre la troisieme & la quatrieme observation, est à celui qui est entre la premiere & la troisieme; & *CQ* à *CE*, comme l'intervalle entre la seconde & la quatrieme est à l'intervalle entre la premiere & la seconde. Menés par les points *T* & *Q* la ligne *TQ*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre 4*M* en *M*, la ligne 4*M* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la 4me. observation.

Joignés *KM*, qui coupera aux points *N* & *O* les lignes 2*N*, 3*O*, tirées de la Terre à la Comete dans la seconde & troisieme observation. La ligne *KM* mesurera la quantité réelle du mouvement de cette Comete par rapport à l'Ecliptique, qui sera telle que ses portions *KN*, *NO*, *OM*, seront entre elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données.

On peut aussi, connoissant la distance *IK* de la Comete à la Terre dans la premiere observation, par la methode que l'on a prescrite ci-devant, déterminer sa distance à la Terre 4*M* dans la quatrieme observation, en cette maniere.

Soit menée par les points *B* & *F*, la ligne *BFH* ou *FBH*, & du point *K* la ligne *KH* pa-

parallele à la ligne 3 *O* qui rencontre la ligne *BH* au point *H*. Du point *H*, ſoit tirée la ligne *HM* parallele à la ligne 2 *N* qui rencontrera la ligne 4 *M* en *M*. La ligne 4 *M* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la quatrieme obſervation.

On peut de la même maniere, connoiſſant la diſtance 4 *M* de la Comete à la Terre au tems de la quatrieme obſervation, déterminer ſa diſtance *IK* dans la premiere obſervation, en menant du point *A* par le point *Q*, la ligne *AQH* ou *QAH*, qui rencontrera en *H* la ligne *MH* parallele à 2 *N*, & tirant du point *H* la ligne *HK* parallele à 3 *O*, qui rencontrera *IK* au point *K*. Cette ligne *IK* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre au tems de la premiere obſervation.

Comme toutes ces diſtances de la Comete à la Terre ont été meſurées ſur l'Ecliptique, il faut pour déterminer la véritable diſtance de la Terre à la Comete ſur ſon Orbe, faire l'angle *K* 1 *k* égal à ſa latitude au tems de la premiere obſervation. Elevant ou abaiſſant du point *K*, ſuivant que cette latitude eſt ſeptentrionale ou méridionale, la ligne *Kk* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontre la ligne *Ik* au point *k*. Cette ligne *Ik* meſurera la diſtance véritable de la Terre à la Comete dans la premiere obſervation.

On fera de même l'angle *M* 4 *m* égal à la latitude de la Comete, déterminée par la quatrieme obſervation, & on élevera ou abaiſſera du point *M*, la ligne *Mm* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontrera la ligne

ligne 4*m* au point *m*. Cette ligne 4*m* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, au tems de la quatrieme observation.

Enfin, si l'on éleve sur la ligne *KM* des points *K* & *M*, les perpendiculaires *Kk*, *Mm*, égales aux lignes *Kk* & *Mm* que l'on vient de trouver, la ligne *km* mesurera la quantité véritable du mouvement de la Comete sur son Orbe depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation; l'angle *Mnm*, l'inclinaison véritable de son Orbe à l'égard de l'Ecliptique; & la ligne *Sn*, tirée du Soleil au point *n* de l'intersection des lignes *KM* & *km*, marquera sur l'Orbe du Soleil le vrai lieu du Nœud ou de l'intersection de l'Orbe de la Comete à l'égard de l'Ecliptique, qui sera mesuré par l'angle ♈ *Sn*.

Il est aisé de voir que lorsque les intervalles entre les points des intersections des lignes tirées de la Terre à la Comete sont sensibles par rapport à la distance du Soleil à la Terre, & que le mouvement vrai de la Comete à l'égard de l'Ecliptique qui est mesuré par les angles compris entre ces diverses lignes est de plusieurs degrés, on peut déterminer par une figure avec une très grande facilité la distance de la Comete à la Terre; aussi-bien que la quantité de son mouvement tant sur son Orbe que par rapport à l'Ecliptique; aussi-bien que l'inclinaison de cet Orbe & le vrai lieu de son Nœud à l'égard de l'Ecliptique, qui sont les principaux élémens de sa Théorie.

DEMONSTRATION.

* Soit menée par les points *B* & *F*, la ligne *BFhz* ou *FBhz* qui rencontre en *z* la ligne *KH* parallele à la ligne 3 *O*, & en *h* la ligne *MH* parallele à la ligne 2 *N*. Soit aussi menée par les points *A* & *Q*, la ligne *AQgu* ou *QAgu*, qui rencontre en *g* la ligne *KH*, & en *u* la ligne *MH*. A cause des paralleles *KH* & 3 *O*, les Triangles *KFV* & *VFz* sont semblables aux Triangles *PFC* & *CFB*, & on aura *CP* à *CB*, comme *KV* est à *Vz*. Les Triangles *AKV* & *AVg* sont aussi semblables aux Triangles *AEC* & *ACQ*, & on aura *CE* à *CQ*, comme *KV* est à *Vg*. Mais par la construction *CP* est à *CB* comme *CE* à *CQ*, comme l'intervalle de tems entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme. Donc *KV* est à *Vz* comme *KV* est à *Vg*, donc les points *z* & *g* des lignes *AQgu* & *BFhz* ou *QAgu* & *FBhz* concourent ensemble sur un des points de la ligne *KH*.

Maintenant à cause des paralleles *MH* & 2 *N*, les Triangles *BCF* & *BCD* sont semblables aux Triangles *BXh* & *BXM*, & on aura *CF* à *CD* comme *Xh* est à *XM*. Les Triangles *AQC* & *CQT* sont aussi semblables aux Triangles *XQu* & *MQX*, & on aura *AC* à *CT* comme *Xu* est à *XM*. Mais par la construction *CF* est à *CD* comme *AC* est à *CT*, comme l'intervalle entre la premiere

* Fig. 1. & 2.

miere & troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Donc Xb est à XM comme Xu est à XM; donc les points b & u des lignes BFb & AQu ou FBb & QAu concourent ensemble sur un des points de la ligne MH. Mais nous avons démontré ci-dessus que les points g & z des mêmes lignes BFb & AQu ou FBb & QAu concouroient ensemble sur un des points de la ligne KH; donc les points b, u, g, z, concourent tous au point H, qui est l'intersection commune des lignes KH & MH paralleles aux lignes $3O$ & $2N$, & par conséquent les lignes BF & AQ prolongées, concourent ensemble au point H.

Maintenant à cause des paralleles $2N$, MH, on aura KN à NM comme KV est à VH; mais l'on a démontré que KV est à VH comme CP est à BC; donc KN est à NM comme CP est à BC, c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme.

On trouvera de même que KO est à OM comme HX est à XM; mais HX est à MX comme CF est à CD; donc KO est à OM comme CF est à CD, c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Donc la ligne KM mesure le mouvement véritable de la Comete sur le plan de l'Ecliptique, qui doit être tel que ses portions KN, NO, OM, soient entre elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations

données, que l'on a ſuppoſé être dans le même rapport que les intervalles de tems entre ces obſervations. Les points *K*, *N*, *O*, *M*, marqueront donc donc le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique dans ces quatre obſervations, & les lignes 1 *K*, 2 *N*, 3 *O*, 4 *M*, ſa diſtance à la Terre meſurée ſur l'Ecliptique par rapport aux diſtances connues *S* 1, *S* 2, *S* 3, *S* 4, de la Terre au Soleil.

On démontrera de même, qu'ayant mené par les points *P* & *F*, la ligne *PFK* ou *FPK* qui rencontre 1 *K* en *K*, ſi l'on mene du point *K* la ligne *KH* parallele à 3 *O* qui rencontre *BF* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HM* parallele à 2 *N*, qui rencontre 4 *M* en *M*, la ligne *KM* meſurera le mouvement de la Comete ſur l'Ecliptique; & que réciproquement ayant mené par les points *T* & *Q*, déterminés comme ci-deſſus, la ligne *TQM* ou *QTM* qui rencontre 4 *M* en *M*, ſi l'on mene par le point *M*, la ligne *MH* parallele à 2 *N* qui rencontre *AQ* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HK* parallele à 3 *O* qui rencontre 1 *K* en *K*, la ligne *MK* meſurera le mouvement de la Comete ſur l'Ecliptique.

Car par la premiere conſtruction *KN* eſt à *NM* comme *KV* eſt à *VH*, comme *CP* eſt à *BC*, c'eſt-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatrieme; & *KO* eſt à *OM* comme *HX* eſt à *XM*, comme *CF* eſt à *CD*, c'eſt-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troiſieme obſervation eſt à celui qui eſt entre la troiſieme

me & la quatrieme. Et par la seconde construction KN est à NM comme KV est à VH, comme EC est à CQ, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme; & KO est à OM comme HX est à XM, comme AC est à CT, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme: ce qu'il falloit démontrer.

Lorsqu'on ne peut pas déterminer avec assés de précision par le moyen d'une figure, la distance d'une Comete à la Terre, la quantité de son mouvement & divers autres élémens de sa Théorie, on les trouvera par le calcul, en cette maniere.

On calculera d'abord par les Tables du Soleil son vrai lieu ou celui de la Terre au tems des observations choisies, & la valeur des distances $S1$, $S2$, $S3$, $S4$, de la Terre au Soleil par rapport à sa distance moyenne supposée de 100000; & dans le Triangle $1S2$, l'angle $1S2$ qui mesure le mouvement de la Terre dans l'intervalle entre les deux premieres observations, étant connu aussi-bien que les lignes $S1$, $S2$, on trouvera la valeur de la corde 12, qui soûtend l'arc du mouvement de la Terre dans son Orbe, & l'angle $S12$ ou son supplément à deux droits $L12$ dont il faut retrancher l'angle $L1K$, supplément de l'angle $K1S$, distance de la Comete au Soleil, lorsque le point K est entre les points L & 2, & qu'il faut ajoûter à l'angle $L1K$, lorsque le point K est au-

delà du point *L*, pour avoir la valeur de l'angle *A* 12.

Maintenant dans le Triangle *A* 12, dont le côté 12 est connu, de même que l'angle *A* 12 & l'angle 1 *A* 2, qui à cause des paralleles *A* 1, *Sl*, & *A* 2, *Sp*, est égal à l'angle *lSp* qui mesure le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre les deux premieres observations, on aura la valeur des lignes 1 *A* & 2 *A* qui mesurent la distance de la Terre au point *A* du concours des deux lignes tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres observations.

On calculera de la même maniere la valeur des cordes 13, 14, & des distances 1 *E*, 3 *E*, 1 *G*, 4 *G*, de la Terre aux points *E* & *G*, du concours des lignes tirées de la Terre à la Comete dans la premiere, troisieme & quatrieme observation. Retranchant 1 *A* de 1 *E*, on aura *AE*, & dans le Triangle *AEC*, dont le côté *AE* est connu aussi-bien que l'angle *EAC* ou 1 *A* 2, & l'angle 2 *C* 3 égal à l'angle *pSq* qui mesure le mouvement de la Comete dans l'intervalle entre la seconde & la troisieme observation, on trouvera la valeur des côtés *AC* & *CE*. Prenant la différence entre 1 *A* & 1 *G*, on aura *AG*, & dans le Ttiangle *AGD*, dont le côté *AG* est connu, & les angles *GAD* ou 1 *A* 2, & *ADG* ou 2 *D* 3, on aura les côtés *DG* & *AD*. Prenant la différence entre *AD* & *AC*, on aura *DC*, & dans le Triangle *BDC*, dont le côté *DC* est connu, de même que l'angle *BDC*, ou son supplément 2 *D* 4, & l'angle *DCB* ou

ou $2C3$, on aura le côté BC. On fera ensuite par la regle prescrite, comme le tems entre la seconde & la quatrieme observation est au tems entre la premiere & la seconde, ainsi BC est à CP; & comme le tems entre la troisieme & la quatrieme observation est au tems entre la premiere & la troisieme, ainsi CD est à CF. Maintenant dans le Triangle PCF, dont les côtés CP, CF, & l'angle PCF ou $2C3$ compris entre ces côtés, sont connus, on trouvera la valeur de l'angle CPF; & dans le Triangle EPK, dont le côté EP ou CP plus CE est connu, de même que l'angle KEP, & l'angle CPF ou EPK, on trouvera la valeur du côté EK qu'il faut ajoûter à la ligne $1E$ ci-devant déterminée, lorsque le point K est au-delà du point E, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $1E$, lorsque le point K est en deçà, & on aura la valeur de la ligne $1K$, qui mesure la distance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique, au tems de la premiere observation.

Il est à remarquer que lorsque l'angle EPK est plus grand que l'angle $1E3$ ou PEK, la Comete se trouve placée au-delà du point A; & que lorsque cet angle est plus petit, elle se trouve alors entre la Terre & le point A.

Pour trouver sa distance à la Terre dans la quatrieme observation, on fera comme le tems entre la premiere & la troisieme observation est au tems entre la troisieme & la quatrieme, ainsi AC est à CT; on fera aussi comme le tems entre la premiere & la seconde observation est au tems entre la seconde

& la quatrieme, ainſi CE eſt à CQ. Maintenant dans le Triangle TCQ, dont les côtés CT, CQ, & l'angle TCQ ou $2C3$ compris entre ces côtés ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle CTQ; & dans le Triangle DTM, dont le côté DT ou DC plus CT eſt connu, de même que l'angle DTM, ou CTQ, & l'angle MDT ou $2D4$, on trouvera le côté DM qu'il faut ajoûter aux lignes $4G$ & DG ci-devant déterminées, lorſque le point M eſt au-delà du point D, ce qui arrive lorſque l'angle QTF eſt plus grand que l'angle $2D4$ ou MDT, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $4D$, lorſque l'angle QTF eſt plus petit que l'angle $2D4$, & l'on aura la valeur de la ligne $4M$, qui meſure la diſtance de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, au tems de la quatrieme obſervation.

Si l'on ajoûte préſentement la ligne DG à la ligne DM, lorſque le point M eſt au-delà du point D, & ſi on la retranche de la ligne DM, lorſqu'il eſt en-deçà, on aura GM. Ajoûtant pareillement GE, ou AE moins AG, à EK, lorſque le point K eſt au-delà du point E, & le retranchant de EK, lorſqu'il eſt en-deçà, on aura GK; & dans le Triangle KGM, dont les côtés KG & GM, & l'angle KGM ou $1G4$ compris entre ces côtés, ſont connus, on trouvera la valeur du côté KM qui meſure le mouvement de la Comete, réduit à l'Ecliptique, entre la premiere & la quatrieme obſervation, & les angles $1KM$, $4MK$, qui déterminent la direction de ſon mouvement.

Pour

Pour déterminer la distance réelle de la Comete à la Terre, l'inclinaison de son Orbe & la quantité de son mouvement sur cet Orbe, on fera comme le Sinus du complément de la latitude de la Comete dans la premiere observation est au sinus total ; ainsi la distance 1 *K* de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, est à la distance réelle 1 *k* de la Terre à la Comete dans la premiere observation ; & comme le sinus du complément de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation est au Sinus total, ainsi 4 *M* est à la distance réelle 4 *m* de la Terre à la Comete dans la quatrieme observation. On fera ensuite comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la premiere observation, ainsi 1 *K* est à *Kk*; & comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation, ainsi 4 *M* est à *Mm*. Enfin l'on fera comme *KM* est à la différence entre *Kk* & *Mm*, lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme *KM* est à la somme de *Kk* plus *Mm*, lorsqu'elles sont de différente dénomination ; ainsi le Sinus total est à la tangente de l'angle *Mnm* ou *Knk*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ; & comme le Sinus du complément de l'angle *Mnm* est au Sinus total, ainsi *KM* est à la ligne *km* qui mesure la quantité du mouvement réel de la Comete sur son Orbe par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil supposée de 100000.

Pour déterminer le vrai lieu du Nœud de

la Comete, on fera comme *Mm* moins *Kk*, lorſque les des deux latitudes ſont de même dénomination, ou bien comme *Mm* plus *Kk*, lorſqu'elles ſont de différente dénomination, eſt à *MK*; ainſi *Kk* eſt à *Kn*, diſtance du point *K* au point *n*, qui marque le lieu où la Comete a coupé l'Ecliptique. Maintenant dans le Triangle 1 *Kn*, dont les côtés 1 *K*, *Kn*, & l'angle compris 1 *KM* ſont connus, on trouvera le côté 1 *n* & l'angle *K* 1 *n*. Prenant la ſomme des angles *K* 1 *n* & *L* 1 *K*, ou leur différence, on aura l'angle *L* 1 *n*, ou ſon ſupplément *S* 1 *n*, & dans le Triangle *S* 1 *n*, dont les côtés *S* 1, 1 *n*, & l'angle compris *S* 1 *n* ſont connus, on trouvera la valeur du côté *Sn*, qui meſure la diſtance véritable de la Terre à la Comete, lorſqu'elle a paſſé par l'Ecliptique & l'angle 1 *Sn*. L'angle ♈ *S* 1, diſtance de la Terre au point du Bélier au tems de la premiere obſervation, étant donc connu, on aura la valeur de l'angle ♈ *Sn* qui meſure le vrai lieu du Nœud de la Comete, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Enfin l'on déterminera le tems que la Comete eſt arrivée à ſon Nœud, en faiſant comme *MK* eſt à *Kn*; ainſi l'intervalle de tems entre la premiere & la quatrieme obſervation eſt à l'intervalle entre le tems de la premiere obſervation & celui auquel la Comete eſt arrivée à l'Ecliptique : ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſuppoſant qu'une Comete parcoure ſa révolution autour du Soleil, déterminer la grandeur & la figure de ſon Orbe; le tems qu'elle employe à faire ſa ré-

vo-

volution & les autres élémens de sa Théorie, en cette maniere.

Soit mené du point *S* au point *M*, lieu de la Comete sur l'Ecliptique au tems de la quatrieme observation, la ligne *SM*. Dans le Triangle *SM*4, les côtés *S*4, 4*M*, sont connus, de même que l'angle compris *S*4*M*, supplément de l'angle 4*Sr* ; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté *SM* & de l'angle 4*SM*. La ligne *Mm* ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle *SMm* est rectangle en *M* ; & connoissant les côtés *SM* & *Mm*, on trouvera la valeur de l'hypothenuse *Sm*, qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la quatrieme observation. Dans le Triangle *SK*1, les côtés *S*1, 1*K*, sont connus, de même que l'angle compris *S*1*K*, supplément de l'angle *L*1*K* ou 1*Sl*; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté *SK* & de l'angle 1*SK*. La ligne *Kk* ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle *SKk* est rectangle en *K* ; & connoissant les côtés *SK* & *Kk*, on aura la valeur de l'hypothenuse *Sk* qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la premiere observation. Maintenant dans le Triangle *Smk*, dont les trois côtés *Sm*, *mk* & *Sk*, sont connus, l'on trouvera la valeur de l'angle *mSk*, qui soûtend dans l'Orbe de la Comete, la quantité de son mouvement propre depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation ; on aura aussi la valeur des angles *Smk* & *Skm* qui déterminent la direction de son mouvement dans son Orbe.

 Pour

Pour déterminer la figure de l'Orbe que la Comete décrit par son mouvement propre, on choisira une cinquieme observation faite avec exactitude, éloignée de quelques jours de la quatrieme. On placera sur l'Orbe annuel le vrai lieu de la Terre dans le tems de cette observation au point 5, & le vrai lieu de la Comete au point t, & l'on menera du point 5 la ligne 5θ parallele à la ligne St. On prolongera ensuite KM en β, ensorte que $M\beta$ soit à KM, comme le tems entre la quatrieme & la cinquieme observation est au tems entre la premiere & la quatrieme; & du centre M à l'intervalle $M\beta$, on décrira l'arc $\beta\theta$ qui rencontrera 5θ au point θ. La ligne $M\theta$ ou $M\beta$ mesurera le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre la quatrieme & la cinquieme observation, & la ligne 5θ la distance de la Comete à la Terre réduite à l'Ecliptique au tems de la cinquieme observation, dont on déterminera la quantité en cette maniere.

Dans le Triangle $MS5$, les côtés SM & $S5$ sont connus, & l'angle compris $MS5$ qui est égal à l'angle $MS4$ ci-devant déterminé, plus l'angle $4S5$ qui mesure le mouvement de la Terre entre la quatrieme & la cinquieme observation; c'est pourquoi l'on trouvera le côté $5M$ & l'angle $S5M$, dont la différence à l'angle $S5\theta$, supplément de l'angle $5St$, différence entre le lieu de la Comete & celui de la Terre, donne l'angle $M5\theta$; & dans le Triangle $M5\theta$, dont les côtés $5M$, $M\theta$ & l'angle $M5\theta$ sont connus, on trouvera la valeur du côté 5θ, distance de la Terre à la Co-

Comete réduite à l'Ecliptique. Enfin dans le Triangle $S\zeta\theta$, dont les côtés $\zeta\theta$, $S\zeta$ & l'angle compris $S\zeta\theta$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $S\theta$, distance de la Comete au Soleil dans la cinquieme observation réduite à l'Ecliptique.

Soit élevée du point θ, la ligne $\theta\delta$ perpendiculaire sur les lignes $S\theta$ & θM qui sont sur ce plan, & en même tems parallele à Mm. Soit pris sur $\theta\delta$ la ligne $\theta\gamma$ égale à la ligne Mm, & ayant mené $m\gamma$, soit fait l'angle $\gamma m\delta$, égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ci-devant déterminée; il est clair que la ligne $m\delta$ mesurera le mouvement vrai de la Comete depuis la quatrieme jusqu'à la cinquieme observation, & que la ligne $\theta\delta$ mesurera l'élévation de cette Comete sur le plan de l'Ecliptique, dont on connoîtra la valeur, en résolvant le Triangle $m\gamma\delta$ rectangle en γ, dont le côté $m\gamma$ ou $M\theta$ & l'angle $\gamma\mu\delta$ sont connus. Maintenant dans le Triangle $S\theta\delta$ rectangle en θ, dont les côtés $S\theta$ & $\theta\delta$ sont connus, l'on trouvera la valeur de la ligne $S\delta$ qui mesure la distance réelle du Soleil à la Comete au tems de la cinquieme observation; & dans le Triangle $Sm\delta$, dont les trois côtés Sm, $S\delta$, $m\delta$, sont connus, l'on aura la valeur des angles $mS\delta$, $m\delta S$ & δmS.

* Soient présentement, dans la Fig. 3, les points $Skm\delta$ disposés de maniere que les lignes Sk, Sm, $S\delta$, mesurent la distance déterminée de la Comete au Soleil dans la premie-

* Fig. 3.

miere, quatrieme & cinquieme observation, & km & $m\delta$ le mouvement vrai de cette Comete ſur ſon Orbe depuis la premiere juſqu'à la quatrieme, & depuis la quatrieme juſqu'à la cinquieme obſervation.

On peut déterminer géométriquement la figure de l'Ellipſe, qui ayant pour foyer le point S, paſſe par les points k, m & δ. Mais comme le calcul des dimenſions de cette Ellipſe ſeroit extrêmement difficile, on conſidérera que la ligne km qui meſure le mouvement vrai de la Comete depuis la premiere juſqu'à la quatrieme obſervation, étant ſuivant notre ſuppoſition une ligne ſenſiblement droite, on peut la regarder comme la tangente de l'Orbe elliptique que la Comete décrit par ſon mouvement propre. Diviſant cette ligne km en deux également au point ϵ, on menera du du point S au point ϵ la ligne $S\epsilon$, & l'on fera l'angle $k\epsilon f$ égal à l'angle $S\epsilon m$.

Dans le Triangle $Sm\epsilon$, dont les côtés Sm & $m\epsilon$ & l'angle compris $Sm\epsilon$ ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle ϵSm & de l'angle $S\epsilon m$ ou $k\epsilon f$ qui lui eſt égal; on aura donc la valeur de l'angle $S\epsilon f$ qui détermine la poſition de la ligne ϵf, qui par la propriété de l'Ellipſe doit paſſer par un des foyers de l'Ellipſe dont l'autre foyer eſt au point S.

Pour déterminer ce foyer, ſoit décrit du centre S & de l'intervalle $S\epsilon$, l'arc $\epsilon\lambda$ qui rencontre $S\delta$ en λ, & ſoit pris ſur la ligne ϵf, prolongée s'il eſt néceſſaire, la ligne $\epsilon\mu$ égale à la ligne $\delta\lambda$, de maniere que le point μ ſoit entre les points ϵ & f, lorſque la ligne $S\delta$ eſt plus grande que la ligne $S\epsilon$, & que le point

point μ soit au delà du point ϵ, lorsque $S\delta$ est plus petite que $S\epsilon$. Joignés $\delta\mu$, que vous diviserés en deux parties égales au point ν. Du point ν soit élevé sur la ligne $\mu\delta$ la perpendiculaire νf, qui rencontrera la ligne θf au point f. Le point f déterminera l'autre foyer de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre: ce qu'il est aisé de démontrer.

Car les rayons $S\lambda$, $S\epsilon$, étant égaux, si l'on y ajoûte de part & d'autre $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus grand que $S\epsilon$; ou si l'on en retranche $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus petit que $S\epsilon$, on aura dans le premier cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$. Maintenant dans les Triangles rectangles $f\nu\mu$, $f\nu\delta$, les côtés $\mu\nu$, & $\nu\delta$ sont égaux par la construction, & le côté $f\nu$ est commun; c'est pourquoi l'on aura l'hypothenuse $f\delta$ égale à $f\mu$, qui dans le premier cas est égale à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$. Ajoûtant dans le premier cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$, ou $f\epsilon$ moins $\epsilon\mu$ à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, qui est égal à $S\delta$, on aura $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $f\epsilon$. Ajoûtant dans le second cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$ ou $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$ à $S\delta$, ou $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$, on aura pareillement $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $f\epsilon$ plus $S\epsilon$; & par conséquent les points ϵ & δ sont sur une Ellipse, dont l'un des foyers est en S, & l'autre en f.

Divisant Sf en deux parties égales au point x, & prenant $x\pi$ & xa égales à la moitié de de $S\epsilon$ plus ϵf, on aura le grand axe πa de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, dont l'Aphélie sera au point

a,

a, & le Périhélie au point π. L'angle $aS\delta$ mesurera la distance véritable de la Comete à son Aphélie au tems de la cinquieme observation, & l'angle $aS\varepsilon$, sa distance dans le tems que la Comete a passé par le milieu entre la premiere & la quatrieme observation. Enfin l'angle $\delta f\varepsilon$ mesurera le moyen mouvement de la Comete, qui répond à l'angle $\delta S\varepsilon$, qui mesure son vrai mouvement dans l'hypothese elliptique.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothese de Kepler, & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces hypotheses est à 360 degrés; ainsi l'intervalle de tems entre la cinquieme observation & le tems moyen, entre la premiere & la quatieme observation, est au tems qui mesure la révolution entiere de la Comete: ce qui restoit à trouver.

Pour déterminer par le calcul les distances $f\delta$ & $f\varepsilon$ de l'autre foyer f de l'Ellipse qui représente l'Orbe de la Comete à son lieu, lorsqu'elle s'est trouvée aux points δ & ε, la distance entre les deux foyers S & f, le demi-diametre de son Orbe, & le tems qu'elle employe à faire sa révolution autour du Soleil, on ajoûtera l'angle $mS\delta$ à l'angle εfm ci-devant déterminé, & on aura l'angle $\varepsilon S\delta$; & dans le Triangle $\varepsilon S\delta$, dont les côtés $S\varepsilon$, $S\delta$, & l'angle compris entre ces côtés sont connus, on aura la valeur du côté $\varepsilon\delta$ & de l'angle $S\varepsilon\delta$, dont il faut retrancher dans le premier

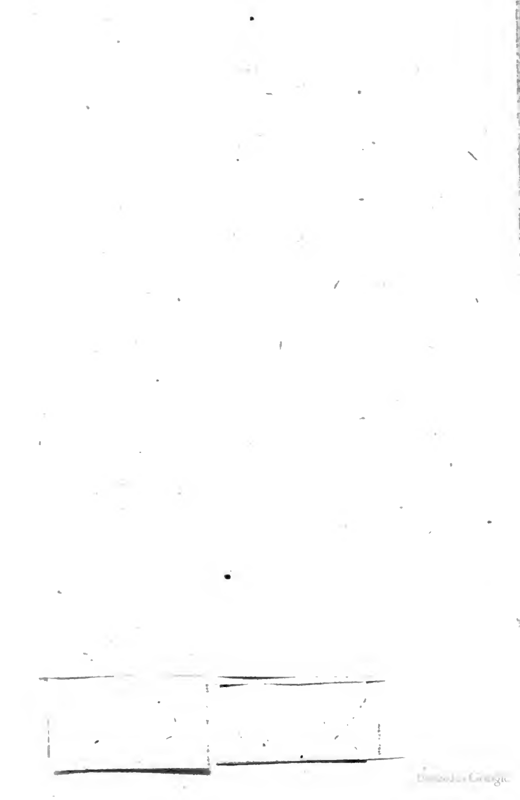
mier cas l'angle $S\varepsilon f$ connu, ou qu'il faut ajoûter dans le second cas à l'angle $S\varepsilon f$, pour avoir l'angle $f\varepsilon\delta$, ou son supplément $\delta\varepsilon\mu$; & dans le Triangle $\delta\varepsilon\mu$, dont l'angle $\delta\varepsilon\mu$ & le côté $\delta\varepsilon$ sont connus, & le côté $\varepsilon\mu$ ou $\delta\mu$ mesure la différence entre $S\varepsilon$ & $S\delta$, on trouvera la valeur de l'angle $\delta\mu\varepsilon$ & du côté $\delta\mu$. On aura donc valeur des lignes $\delta\nu$ ou $\mu\nu$ égales chacune à la moitié de $\delta\mu$; & dans le Triangle $f\mu\nu$ rectangle en ν, dont l'angle $\delta\mu\varepsilon$ ou $\delta\mu f$ & le côté $\mu\nu$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $f\mu$ ou $f\delta$ qui mesure la distance du foyer f de l'Orbe de la Comete, à son lieu δ au tems de la cinquieme observation. Ajoûtant dans le premier cas $\varepsilon\mu$ connu à $f\delta$ ou $f\mu$, & retranchant dans le second cas $\varepsilon\mu$ de $f\mu$, on aura $f\varepsilon$ qui mesure la distance du foyer f au lieu de la Comete dans le tems milieu entre la premiere & la quatrieme observation; & dans le Triangle $S\varepsilon f$, dont les côtés $S\varepsilon$ & $f\varepsilon$ & l'angle compris $S\varepsilon f$ sont connus, on aura la valeur du côté Sf & de l'angle εSf ou $aS\varepsilon$, qui mesure la distance de la Comete à son Apogée, lorsqu'elle a passé par le point ε. Retranchant dans le premier cas l'angle $\varepsilon f\delta$ connu de l'angle $af\varepsilon$, ou ajoûtant dans le second cas l'angle $\varepsilon f\delta$ à l'angle $af\varepsilon$, on aura l'angle $aS\delta$ qui mesure la distance de la Comete à son Apogée au tems de la cinquieme observation. Prenant la moitié de Sf, on aura la valeur de Sx, & prenant la moitié de $S\varepsilon$ plus $f\varepsilon$, on aura la valeur de xa, qui mesure le grand demi-diametre de l'Orbe de la Comete. Enfin prenant le double de l'angle $\nu f\mu$, on aura

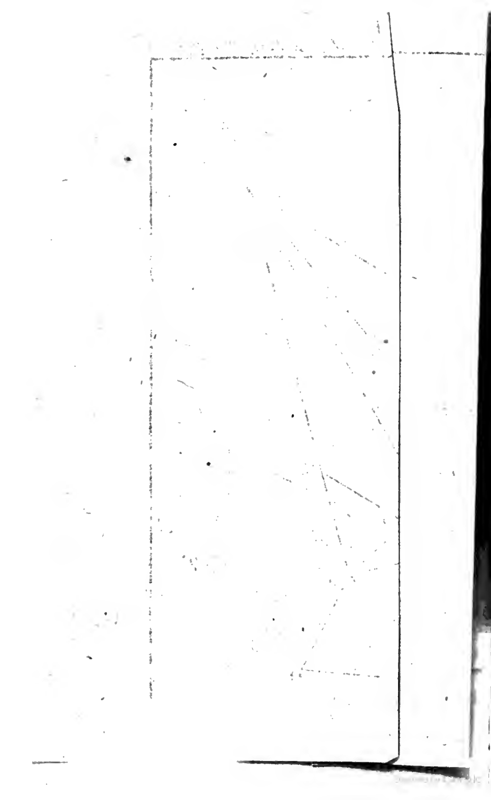
la

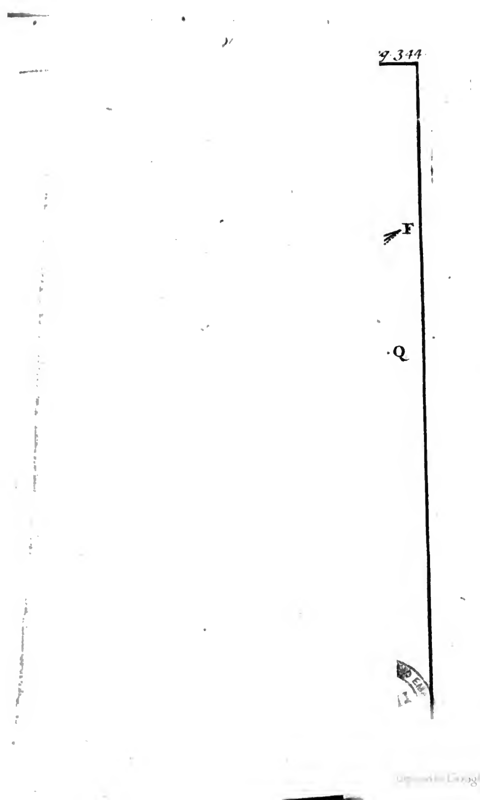
la valeur de l'angle $\delta f \epsilon$ qui meſure dans l'hypotheſe elliptique ſimple le moyen mouvement de la Comete qui répond à l'angle $\epsilon S \delta$ de ſon vrai mouvement dans l'intervalle de tems entre la cinquieme obſervation, & le milieu entre la premiere & la quatrieme.

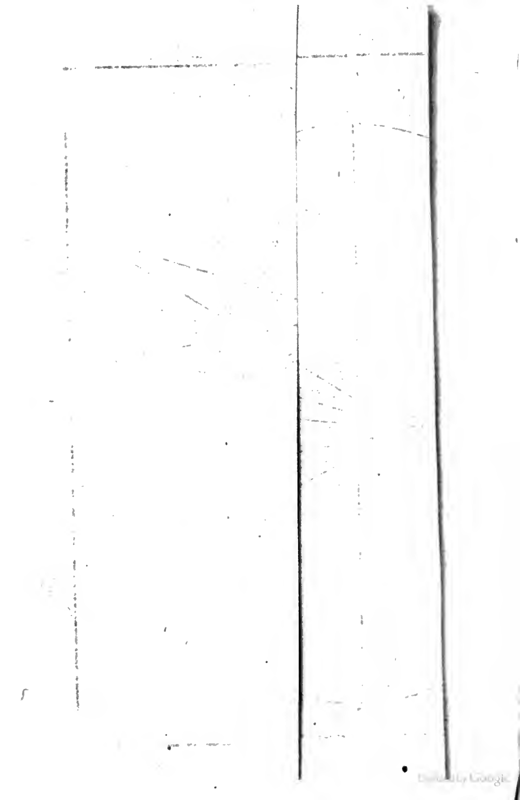
On trouvera auſſi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement de la Comete, qui répond à ſon vrai mouvement ſuivant l'hypotheſe de Kepler; & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces deux hypotheſes eſt à 360 degrés; ainſi l'intervalle de tems entre la cinquieme obſervation & le tems moyen entre la premiere & la quatrieme obſervation, eſt au tems qui meſure la révolution entiere de la Comete. Enfin, ſi la direction du mouvement de la Comete étoit telle que le Soleil ne ſe trouvât pas à ſon foyer, on déterminera ſa ſituation dans un plus grand nombre d'obſervations, & l'on fera paſſer par les différens poins où elle s'eſt trouvée, une Ellipſe qui repréſentera la figure de ſon Orbe.

Connoiſſant la figure de l'Ellipſe que la Comete décrit par ſon mouvement propre, on pourra déterminer l'augmentation ou la diminution du mouvement réel de la Comete dans l'intervalle entre chaque obſervation, s'il y en a quelqu'une de ſenſible. On augmentera ou diminuera d'une quantité proportionnée l'intervalle de tems entre chaque obſervation, & l'on déterminera par la méthode preſcrite le mouvement $KM\theta$ de la Co-






p. 344
F
Q



Comete, qui ſera tel que ſes parties *KN*, *NO*, *OM* & *Mo* ſeront entre elles comme les eſpaces qu'elles ont parcouru ſur leur Orbe. On recommencera enſuite tout de nouveau le calcul, par le moyen duquel on trouvera avec plus de préciſion la figure de l'Ellipſe que la Comete a décrite par ſa révolution, & les autres élémens de ſa Théorie.

On voit par-là, que quand même la Comete auroit décrit en tems égaux, des eſpaces ſenſiblement inégaux, on ne laiſſeroit pas de déterminer avec aſſés de préciſion les élémens de ſa Théorie; ainſi il n'eſt pas néceſſaire abſolument de ſuppoſer qu'elle ait décrit des eſpaces égaux en tems égaux.

A l'égard de la premiere ſuppoſition, qu'elle ait ſuivi pendant l'intervalle entre les obſervations choiſies, une ligne ſenſiblement droite, elle doit être admiſe dans notre Théorie, ſuivant laquelle on ne peut pas déterminer géométriquement la diſtance de la Comete à la Terre, lorſque ſa courbure dans cet intervalle de jours eſt ſenſible; ce qui fait voir que l'on ne doit employer dans cette recherche, que des obſervations peu éloignées les unes des autres.

POUR-

POURQUOI LES ENFANS *ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque tems après qu'ils sont nés.*

Par M. PETIT le Médecin. *

C'EST un langage ordinaire dans le public, que les Enfans nouveau-nés ont la vue trouble. Effectivement, si on examine leurs Yeux, ils paroissent ternes, on ne remarque point ce brillant que l'on y voit quelque tems après leur naissance; & de la maniere dont ils les tournent de tous côtés lorsqu'on les présente à la lumiere, il est aisé de voir qu'ils n'apperçoivent aucun objet qui puisse fixer leur regard.

La cause de ce défaut de vision doit se trouver ou dans la Cornée, ou l'Humeur aqueuse, ou le Cristallin & sa Capsule, ou l'Humeur vitrée, qui donnent toutes passage à la lumiere, ou enfin dans la Rétine qui doit en recevoir l'impression; ou bien elle doit se trouver dans deux, ou dans trois, ou dans toutes ses parties.

Il n'est pas possible de découvrir dans la Rétine, s'il y a quelque chose qui puisse empêcher l'impression de la lumiere; cette membrane, dans les nouveau-nés, est d'une mollesse qui approche de celle de la bouillie refroi-

* 2 Juillet 1727.

froidie; & à l'égard des autres parties, il ne s'agit que de leur transparence & de leur étendue nécessaire.

J'ai examiné toutes ces parties, non seulement dans des Fœtus humains, mais encore dans des Enfans morts quelques jours après leur naissance; & dans huit, dont j'ai d'abord disséqué les Yeux pour ce sujet, j'en ai trouvé six, dans lesquels l'Humeur vitrée, le Cristallin & la Capsule avoient leur transparence naturelle; l'Uvée m'a paru plus épaisse qu'elle n'est dans les Yeux des Adultes, la Prunelle fort grande, & dans quelques-uns de ces Fœtus elle l'étoit de deux lignes & demie, & dans les autres d'une ligne & demie; avec cela, peu ou point d'Humeur aqueuse.

Dans les deux autres Fœtus, l'Humeur vitrée, quoique transparente, étoit rouge claire; leur Cristallin transparent, sans couleur: mais dans un de ces Fœtus la Capsule du Cristallin étoit rouge, & même la Cornée. Le premier étoit un Fœtus de sept mois. Le second étoit de neuf mois. Ces deux Fœtus avoient extrêmement souffert dans l'accouchement, ayant été long-tems au passage; cela avoit occasionné l'inflammation dans les humeurs & dans les membranes des Yeux. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'est la grande épaisseur qui s'est trouvée à la Cornée, car ils l'avoient bien plus épaisse que les autres Fœtus, si l'on en excepte un Fœtus de huit mois, qui n'avoit point souffert au passage, & qui avoit la Cornée aussi épaisse; cette épaisseur étoit d'une ligne & un tiers. Mais dans les cinq autres, celui qui l'avoit moins

moins épaiſſe, étoit un Fœtus de quatre mois; l'épaiſſeur de ſa Cornée étoit de demi-ligne; elle étoit épaiſſe de trois quarts de ligne dans un autre Fœtus de huit mois; elle n'étoit épaiſſe que de deux tiers de ligne dans un Fœtus de neuf mois, auſſi-bien que dans un Enfant mort le ſeptieme jour de ſa naiſſance; elle avoit trois quarts de ligne d'épaiſſeur dans un Enfant mort le huitieme jour de ſa naiſſance.

Toutes ces Cornées étoient plus ou moins opaques; elles n'avoient gueres qu'un tiers de ligne d'épaiſſeur à leur circonférence. Dans l'Enfant nouveau-né elle avoit une ligne; les plus épaiſſes étoient froncées, ce qu'on découvroit facilement.

J'ai encore diſſéqué un Fœtus de neuf mois, que l'on a tiré mort de la Matrice: les Cornées des deux Yeux étoient épaiſſes de deux tiers de ligne; néanmoins l'Oeil droit étoit très brillant, la Cornée très transparente; il contenoit un grain & demi d'humeur aqueuſe: l'Oeil gauche étoit terne, il ne contenoit qu'un grain d'humeur aqueuſe.

Si préſentement l'on prend garde que la plus grande épaiſſeur de la Cornée, dans l'Homme, n'eſt le plus ſouvent que d'un demi-tiers de ligne, quoique l'Oeil ait dix lignes & demie, juſqu'à onze lignes & demie de diametre, on voit d'abord qu'il n'y a plus de proportion; l'épaiſſeur de la Cornée auroit dû être tout au plus d'un douzieme de ligne dans le Fœtus de quatre mois, dont l'Oeil avoit ſeulement quatre lignes trois quarts de diametre; elle n'auroit dû être que d'un

d'un demi-quart de ligne dans les Fœtus de neuf mois, & dans les Enfans de sept & huit jours de naissance. Il ne faut donc pas s'étonner si la plûpart de ces Cornées n'étoient pas transparentes, & n'avoient pas le poli & le brillant que l'on remarque dans les Enfans de deux ou trois mois.

Pour ce qui est de l'humeur aqueuse, je n'en ai trouvé que dans des Fœtus à terme jusqu'à un grain & demi; je n'en ai point trouvé dans les autres: on ne peut pas assûrer qu'il n'y en avoit point eu, mais qu'il y en a eu très-peu à proportion de la grandeur de leurs Yeux. J'en ai trouvé un grain & un quart dans les Yeux de l'Enfant de sept jours de naissance, & un grain seulement dans l'Enfant de huit jours de naissance; l'Homme n'en a au plus que cinq grains ou cinq grains & demi. J'ai depuis quelque tems disséqué sept autres Fœtus & Enfans nouveau-nés, dans lesquels j'ai vérifié toutes ces observations.

C'est donc l'épaisseur & le froncis de la Cornée, comme on le verra à la suite de ce Mémoire, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse, qui fait le défaut de la vision dans les Enfans nouveau-nés. J'en ai examiné plusieurs vivans, les premiers jours de leur naissance: ils ont les Yeux ternes, plus ou moins les uns que les autres, & j'en ai trouvé un où il n'y avoit rien de terne: leur Cornée paroît avoir moins de diametre & moins de convexité que ceux de six semaines ou de deux mois; malgré son épaisseur elle donne pourtant passage à une certaine

quantité de lumiere, qui, quoique petite, ne laiſſe pas de faire une impreſſion aſſés forte ſur la Rétine par rapport à ſa délicateſſe, puiſqu'elle oblige la Prunelle de ſe rétrécir, comme on le remarque en les examinant avec attention. Lorſqu'on préſente ces Enfans à la lumiere, ils ne peuvent la ſouffrir juſqu'à ce que la Prunelle ſoit rétrécie, ce qu'ils ont de commun avec les Adultes: mais ce qu'il y a de particulier, c'eſt que ſi tous les rayons de lumiere ſe réuniſſoient ſur la Rétine dans les nouveau-nés, comme ils ſe réuniſſent dans les Adultes, ils cauſeroient trop de divulſion dans cette membrane à cauſe de ſa grande molleſſe, pour les raiſons que je dirai dans la ſuite de ce Mémoire; & pour peu d'impreſſion que faſſent les rayons, ils ſe font vivement ſentir.

J'ai continué de les examiner juſqu'à ſix ſemaines. J'ai remarqué que de jour en jour la Cornée devenoit plus convexe, plus polie, plus brillante, ce que l'on doit attribuer à l'augmentation qui ſe faiſoit tous les jours de l'humeur aqueuſe; elle pouſſe & étend la Cornée, ce qui la rend plus convexe & plus mince.

L'Uvée prend une plus grande extenſion, les fibres en deviennent plus mobiles, n'étant plus ſi preſſées les unes contre les autres; ce qui fait que la Prunelle s'élargit & ſe retrécit avec plus de facilité qu'elle ne faiſoit auparavant.

Pendant que toutes ces parties ſe diſpoſent à laiſſer paſſer une plus grande quantité de lumiere, la Rétine acquiert une plus grande fermeté, & devient de jour en jour plus capable de ſoûtenir l'impreſſion des rayons, enſorte que la

Pru-

Prunelle peut se dilater & s'élargir pour laisser entrer un plus grand nombre de ces rayons. Les refractions sont perfectionnnées par l'augmentation de l'humeur aqueuse & la convexité de la Cornée, & par ce moyen les rayons se réunissent sur la Rétine; en quoi consiste la perfection de la Vûe.

Toutes ces choses ne s'accomplissent pas dans un tems limité. J'ai vû des Enfans d'un mois de naissance, dont les Yeux avoient acquis l'état nécessaire pour la distinction des objets. Je le jugeois non seulement par la convexité & le brillant de la Cornée, mais encore mieux par la maniere dont ils regardoient les objets qu'on leur présentoit, ce que je n'ai rencontré dans d'autres Enfans qu'après cinq ou six semaines de naissance; cela dépend apparemment du plus ou du moins de facilité que la Cornée a de s'étendre, & de l'augmentation de l'humeur aqueuse plus ou moins prompte: & voici de quelle maniere on peut concevoir que cela se fait.

Pendant que l'Enfant est dans la Matrice, il est comprimé de tous côtés par les eaux dans lesquelles il nage; ces eaux sont pressées par la Matrice, & la Matrice par toutes les parties du bas-Ventre. Les Paupieres qui sont toûjours fermées, & qui sont comprimées, poussent encore la Cornée vers l'Uvée par leur contraction, avec d'autant plus de force qu'elles sont gonflées par la liqueur dans laquelle l'Enfant nage, & dont elles sont imbibées, ce que l'on remarque très bien dans les Enfans nouveaunés: la Cornée étant ainsi poussée, presse les Vaisseaux excretoires, ce qui empêche la production de l'humeur aqueuse, qui d'ailleurs ne

ſe filtre qu'autant qu'il ſe trouve d'eſpace pour la loger, & que le ſang eſt pouſſé avec plus ou moins de force par la contraction du Cœur: cette force eſt petite, & proportionnée à la délicateſſe des parties.

Mais auſſi-tôt que l'Enfant eſt hors de la Matrice, le Cœur pouſſe le ſang avec plus de force, il devient plus élaſtique, au moyen de la reſpiration; la Cornée n'eſt plus comprimée, auſſi-bien que les autres parties, la filtration de l'humeur aqueuſe doit ſe faire avec plus d'abondance, mais à proportion de l'extenſion de la Cornée, qui s'étendroit avec facilité, s'il n'y avoit un obſtacle à vaincre. L'état de la Cornée des Fœtus & des Enfans nouveau-nés n'eſt pas un ſimple affaiſſement, car outre les Fibres froncées qui peuvent s'étendre avec facilité, il y en a qui ne ſont point froncées, (ce que l'on peut reconnoître avec facilité, en examinant ces Cornées): il faut donc plus de force afin que ces Fibres s'allongent & s'étendent par l'impulſion de l'humeur aqueuſe; & ſuivant la quantité & la force de ces Fibres, il faut plus ou moins de tems pour les étendre, ce qui eſt cauſe qu'il faut plus ou moins de tems pour que la Cornée puiſſe devenir convexe & tranſparente, & être en état de laiſſer paſſer les rayons de lumiere pour ſe réunir ſur la Rétine.

Je ne me ſuis pas contenté de faire ces recherches ſur les Enfans nouveau-nés, je les ai fait ſur les nouveau-nés des animaux à quatre pieds. Je ſavois déja qu'il y a de ces animaux dont les nouveau-nés ſont huit à neuf jours ſans ouvrir les paupieres; tels ſont le Chien, le Chat,

Chat, le Lapin, & d'autres : leurs paupieres sont très collées l'une contre l'autre.

Le Chien nouveau-né a la Cornée trouble; le Chat & le Lapin l'ont transparente; & tous de la même épaisseur que dans les adultes de même espece. Ils ont peu ou point d'humeur aqueuse; l'humeur vitrée est transparente; mais le Cristallin est opaque dans ces animaux morts, plus dans le Chien que dans les autres, & toûjours dans le milieu. Cette opacité occupe le plus souvent les deux tiers du Cristallin, & laisse la circonférence transparente.

Comme il ne m'étoit pas facile d'avoir des nouveau-nés de Vaches, de Brebis & de Truyes, je me suis d'abord contenté de disséquer des Fœtus de ces animaux.

L'Agneau fœtus a la Cornée un peu louche; le Veau & le Cochon fœtus l'ont transparente, épaisse dans tous de demi-ligne; le Mouton & le Cochon l'ont de même épaisseur : mais le Bœuf l'a de deux tiers de ligne; l'humeur vitrée est transparente, le Cristallin opaque plus dans le Veau que dans l'Agneau; celui du Cochon n'a qu'une opacité très-légere, j'en ai trouvé qui n'en avoient point du tout. Ils étoient tous d'une grande mollesse, & qui convenoit à la délicatesse de ces animaux. La Prunelle dans tous s'est trouvée fort dilatée, principalement dans les Chats nouveau-nés, dans lesquels on voyoit très-peu d'Uvée.

Je m'imaginois que le défaut de la vûe, qui dans l'Enfant nouveau-né est causé en partie par l'épaisseur de la Cornée, étoit en partie causée par l'opacité du Cristallin dans les animaux à quatre pieds; & ce qui me donnoit encore

re lieu de le croire, c'est que les nouveau-nés des Chiens, des Chats & des Lapins sont huit à neuf jours sans ouvrir les paupieres, pour donner le tems à cette opacité (ainsi que je le croyois) de se dissiper, & à la Rétine d'acquérir une consistance capable de pouvoir soûtenir l'impression des rayons de la lumiere.

Je savois, pour l'avoir ouï dire, que les Veaux, les Agneaux & les Cochons ouvrent les paupieres aussi tôt qu'ils sont nés, mais je n'en avois jamais vû de naissant. Je m'imaginois qu'ils pouvoient avoir le Cristallin opaque les premiers jours de leur naissance. Ce qui me déterminoit à avoir cette pensée, c'est que j'ai, il y a quelques années, disséqué une Tête de Veau, dont les Cristallins étoient opaques Cela m'engagea de visiter les Boucheries, pour voir si je n'y trouverois pas de pareilles Têtes. J'en trouvai d'abord une qui n'avoit qu'un de ces Yeux dont le Cristallin étoit très-opaque ; ce Veau étoit de six semaines de naissance. J'en ai trouvé quelques autres dont les deux Cristallins étoient moins opaques, quoiqu'ils n'eussent qu'un mois de naissance. Ces Cristallins avoient la même consistance que ceux qui n'étoient point opaques, ce que j'ai observé très-aisément, en les comparant avec des Cristallins de Veau qui n'étoient point opaques.

J'ai voulu m'éclaircir davantage sur cette matiere. Je fus un jour à la Place aux Veaux pour y examiner les Yeux de tous les Veaux qui seroient exposés en vente, & voir si je n'en trouverois point quelques-uns avec des Yeux opaques, & pour parler le langage de quelques Oculistes, s'ils n'auroient pas les Yeux *glaucomatiques*. C'étoit

toit

toit quelque chose de curieux, que l'admiration où étoient les Marchands de me voir retourner plus de deux cens Têtes de leurs Veaux, & regarder leurs Yeux J'eus beau chercher, je ne trouvai aucun Veau glaucomatique; je n'avois garde d'en trouver, comme on le va voir. Je ne savois pour-lors que m'imaginer. Il me vint là-dessus plusieurs idées, mais pas une ne me satisfaisoit. Pendant que j'étois dans cet embarras, le hazard me tira d'intrigue.

Je dissequois au mois de Janvier 1725 des Yeux de Fœtus de Vache, dont les Cristallins étoient opaques; j'en mis un dans ma main pour en prendre plus commodément les dimensions avec mon compas; l'opacité du Cristallin disparut dans un instant.

Il faut bien peu de chose à un Physicien pour lui fournir de nouvelles idées. Je m'imaginai que la chaleur de ma main pouvoit avoir produit cet effet. Pour m'en éclaircir, je mis ce Cristallin sur mon bureau, dans un endroit éloigné du feu; il reprit en peû de tems son opacité: je l'approchai du feu, il devint transparent dans le moment, & reprit toûjours sa transparence, & son opacité, en l'échauffant, & le laissant refroidir. Cela me fit croire que dans les animaux nouveau-nés le Cristallin ne devoit point paroître opaque pendant qu'ils sont vivans. Je ne fus pas long-tems à me confirmer dans cette pensée. L'on m'apporta des Chats nouveau-nés vivans, je leur ouvris les paupieres, je trouvai leurs Yeux un peu ternes, mais sans opacité, la Prunelle étoit noire, il n'y paroissoit rien de blanc. Je les laissai mourir, & après qu'ils furent refroidis, je leur trouvai la Prunelle opaque & blanche. Je les

approchai du feu, l'opacité & la blancheur disparurent : mais les ayant retiré du feu, l'opacité revint en très-peu de tems. Je disséquai les Yeux, & je trouvai le Cristallin opaque, il devint transparent à la moindre chaleur. Après cela on ne doit pas s'attendre de les trouver opaques pendant l'Eté, la chaleur qu'il fait doit les entretenir dans leur transparence ; j'ai pourtant voulu m'en assûrer. J'ai disséqué des Yeux de Chats nouveau-nés au mois de Juillet, je n'ai point trouvé d'opacité dans leurs Cristallins.

J'ai mis des Chiens nouveau-nés & morts dans un lieu frais, & leur ayant coupé les paupieres, j'ai trouvé les Cristallins opaques, & qui retirés de ce lieu frais, sont devenus transparens en trois ou quatre minutes. J'ai vû la même chose dans les Chats & dans les Lapins nouveau-nés.

Il ne s'agissoit plus que d'examiner toutes ces choses dans les Veaux, les Agneaux & les Cochons nouveau-nés, ce que j'ai fait à la campagne au mois d'Avril 1726. Ils ouvrent les Yeux aussi-tôt qu'ils sont nés ; on n'y remarque aucune opacité : mais en les comparant avec d'autres Veaux nés depuis quelque tems, je remarquai que les nouveau-nés avoient les Yeux moins brillans, & la Cornée moins convexe. J'ai vû la même chose dans les Agneaux & les Cochons.

On doit remarquer que les Poulets qui sortent de la coque, n'ont point les paupieres fermées ; ils suivent leur mere aussi-tôt qu'ils sont sortis, & ils voyent leur manger.

Il n'en est pas de même des Serins, & apparemment des Moineaux, & de beaucoup d'autres oiseaux, dont les paupieres sont fermées pendant cinq, six jours, jusqu'à neuf. Il faudra

exa-

examiner si leur Cristallin est opaque après leur mort, & s'il devient transparent étant exposé à la chaleur.

J'ai examiné les Yeux d'un Veau vivant, douze heures après sa naissance. Il les avoit assés brillans, le fond de la Prunelle sans blancheur, & sans opacité; mais étant comparés avec les Yeux d'un Veau d'un mois, celui-ci les avoit encore plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à ce Veau naissant; lorsqu'elle a été froide, j'ai trouvé le fond de la Prunelle blanc & opaque. J'ai tiré les Cristallins, ils avoient la même opacité que ceux des Fœtus de même espece: j'ai trouvé dans chacun de ces Yeux, neuf grains & demi d'humeur aqueuse; les Veaux d'un mois & demi en ont vingt à vingt-un grains.

L'on m'a apporté un Agneau vivant, dix heures après sa naissance. Il avoit, comme le Veau, les Yeux assés brillans, le fond de la Prunelle étoit noir sans opacité; mais étant comparés avec des Agneaux de deux, de trois & de quatre mois, ceux-ci les avoient plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à cet Agneau naissant; & lorsqu'elle à été réfroidie, le fond de la Prunelle a paru noir sans opacité, comme il étoit avant sa mort. J'ai disséqué ces Yeux; les Cristallins étoient très transparens, & n'étoient point devenus opaques comme ceux du Veau. Je n'ai trouvé dans chacun de ces Yeux que cinq grains d'humeur aqueuse; le Mouton en a dix-huit à vingt grains.

L'on ne peut s'assûrer précisément si ces animaux nouveau-nés distinguent les objets,

ils n'en donnent aucun signe; je leur ai passé un morceau de bois fort près des Yeux, ils n'ont fait aucun mouvement des paupieres. Mais s'il est permis de raisonner conséquemment, cela doit se faire par la même nécessité dans ces animaux que dans les enfans nouveau-nés; ils doivent avoir les mêmes défauts de vûe, puisqu'ils ont la même disposition dans les Yeux; ils ont de même que ces enfans moins d'humeur aqueuse, la Cornée moins convexe, & plus épaisse à proportion que les animaux de même espece plus âgés.

Mais une chose qui me paroit très importante, c'est que la Cornée ne peut être moins convexe & plus épaisse, qu'elle ne soit froncée, comme je l'ai vû dans les enfans nouveau-nés; & quoique dans les nouveau-nés des animaux à quatre pieds, la Cornée paroisse transparente, on s'apperçoit pourtant bien, comme je l'ai dit, qu'elle a un peu moins de brillant les premiers jours de leur naissance, ce qui dépend certainement du froncis qui se trouve dans ses fibres. Ce froncis ne peut se faire qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée, des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncemens, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels dans ces animaux aussi-bien que dans les enfans nouveau-nés. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on conçoit parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens, & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté, les autres de l'autre, ils se con-

confondront les uns avec les autres, & ne formeront aucune perception, ils produiront seulement un sentiment de lumiere sans aucune distinction d'objet. Ce froncis a été bien connu de Galien, Liv. X, chap. 5. *de usu partium*, où il dit que les Vieillards n'ont pas la vûe si bonne, par la corrugation ou froncis de la Cornée produite par le peu d'humeur aqueuse, qu'il appelle *humor tenuis & spiritus*.

Il est facile de voir, par tout ce que je viens de dire, que le froncis de la Cornée & son épaisseur occasionnée par son peu de tension, qui ne peut se faire que par la quantité suffisante d'humeur aqueuse, sont la cause du défaut de vision dans ces animaux. Les rayons qui ne sont point réunis, & en trop petite quantité, ne peuvent agir que légerement sur la Rétine, & ne peuvent faire aucune perception des objets. Je vais joindre à tout ce raisonnement une observation qui y a un grand rapport.

Un Gentilhomme de Province vint me consulter sur un accident qui étoit arrivé à son œil droit. Il voyoit la lumiere avec cet œil; mais il ne pouvoit bien discerner les objets. Il ne paroissoit d'abord aucun défaut à l'extérieur: on lui avoit dit que c'étoit un commencement de Goutte sereine. Après avoir bien considéré cet œil, en le comparant à l'autre, je m'apperçus qu'il avoit un peu moins de brillant, & que la Cornée paroissoit moins convexe; je ne doutai nullement que cet accident ne fût causé par l'affaissement & le froncis de la Cornée, occasionné par la diminution de l'humeur aqueuse. Cela pouvoit être produit par l'obstruction d'une partie des canaux qui fournissent cette hu-

meur, joint à la trop grande contraction des fibres de la Cornée. Je lui donnai d'une eau dans laquelle il y avoit du nitre dissous, très-capable de délayer les matieres qui pouvoient former l'obstruction, & relâcher en même tems la tension des fibres de la Cornée. Il s'est servi de cette eau, & vint chés moi quelque tems après, voyant les objets aussi distinctement de cet œil que de l'autre; je le trouvai aussi brillant, & sa Cornée aussi convexe: ce qui prouve 1°. que cet accident n'étoit produit que par le froncis de la Cornée: 2°. que ce froncis retranche une partie des rayons de lumiere qui passeroient sans cela à travers la Cornée. 3°. qu'il trouble les refractions d'une partie de ceux qui y passent: 4°. que ceux qui y passent sans être troublés, ne peuvent se réunir sur la Retine à cause de l'applatissement de la Cornée, & ne peuvent faire une perception de l'objet: enfin, que ces rayons sont en trop petite quantité pour y exciter un mouvement capable de produire cette perception, quoiqu'elle soit suffisante pour y exciter un sentiment de lumiere.

Mais ce qui étoit un accident dans ce Gentilhomme, devient une nécessité naturelle dans les enfans, & les animaux à quatre pieds nouveau-nés, qui ne peuvent appercevoir les objets en naissant, & quelque tems après qu'ils sont nés, à cause du froncis, de l'épaisseur, & de l'applatissement de leur Cornée, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse. Ce que j'avois à prouver.

ME-

MÉTHODE

Pour sommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues.

Par M. NICOLE. *

ON s'est servi jusqu'à présent de plusieurs Méthodes pour trouver les Sommes des Suites finies ou infinies, exprimées par des grandeurs entieres ou par des fractions. Les unes sont générales : telles sont celles du calcul des Différences finies que j'ai données, & qui se trouvent imprimées dans les Mémoires des années 1717, 1723, & 1724: & les autres particulieres; celles-là demandent un procédé particulier pour chaque nature de Suite. Mais toutes ces Méthodes exigent que tous les termes des Suites que l'on veut sommer, soient de même genre, c'est-à-dire, qu'ils soient le produit d'un égal nombre de multiplicateurs ou facteurs. Aucune, que je sache, ne peut servir à faire trouver la somme des Suites, dont tous les termes ont différens nombres de facteurs croissans selon une loi quelconque. La Méthode que je donne dans ce Mémoire, satisfait à ce cas, qui est si général, que presque toutes

* 25 Juin 1727.

tes les Suites des autres cas s'y trouvent renfermées.

PREMIERE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a-b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la différence de deux grandeurs a & b. Cette fraction $\frac{1}{a-b}$, qui n'a qu'une seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5.... &c. & même en une infinité de fractions, dont la somme sera toujours égale à la premiere fraction.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-b}}$

$$= \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$+$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}}$$. Toutes ces différentes expreſſions, compoſées de deux termes, ou de trois, ou de quatre, ou &c. de termes, ſont toutes égales à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$; ce qui ſe voit en mettant à même dénomination ces différentes expresſions; elles ſe réduiront toutes à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$.

REMARQUE.

Si l'on examine la nature de cette Suite, on verra 1°. que chaque terme a un facteur de plus au dénominateur, qu'il n'en a à ſon numérateur: 2°. que le numérateur & le dénominateur d'un terme quelconque ont un facteur de plus qu'ils n'en ont dans le terme qui le précéde: 3°. que le nombre de facteurs qu'a le numérateur de tel nombre qu'on voudra, eſt toûjours égal au nombre de termes qui le précédent: 4° que tous ces facteurs ſont formés par les grandeurs données a & b, auxquelles on ajoûte ſucceſſivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ h\ldots$ &c. leſquelles ſont indéterminées, & croiſſent ſelon tel rapport qu'on voudra: 5°. enfin, que le dernier terme de cette Suite a pour dernier facteur de ſon

ſon dénominateur, au lieu de la grandeur a augmentée, la différence des deux grandeurs données a & b.

COROLLAIRE I

Il ſuit de ce que l'on vient de dire, que ſi l'on retranche ce dernier terme de la fraction $\frac{1}{a-b}$, on aura la ſomme de tous les termes qui le précédent. On aura donc $\frac{1}{a-b}$ —

$$\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a\,\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\,\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}},$$

c'eſt-à-dire, que la ſomme de tant de termes qu'on voudra de cette Suite, ſera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une fraction, dont le numérateur & le dénominateur contiendront autant de facteurs $b.\ b+c.\ b+d.\ b+e\ldots$ &c. & $a.\ a+c.\ a+d.\ a+e\ldots$ &c. que la Suite dont on veut avoir la ſomme contient de termes, en obſervant que le dénominateur de cette fraction ſoit multiplié par $a-b$.

COROLLAIRE II.

Comme le même raiſonnement aura toûjours

jours lieu, quel que ſoit le nombre de termes que l'on veut ſommer; il eſt évident que lorſque ce nombre de termes ſera infini, la Suite compoſée d'une infinité de termes, ſera alors égale à la ſeule fraction $\frac{1}{a-b}$; car a étant plus grand que b, le terme $\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e} \dots \&c.}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e} \dots \&c. \times \overline{a-b}}$ qui dans tous les autres cas doit être retranché de cette fraction, devient dans le cas préſent infiniment petit, ſon dénominateur étant alors infiniment grand par rapport à ſon numérateur, quoique ce numérateur ſoit lui-même infini.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe les quantités $b.\ c.\ d.\ e.\ f.$.. &c. $=o$, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b^5}{a^5 \times \overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} + \frac{b^3}{a^4} \ \frac{b^4}{a^5}$; la Suite ſera alors géométrique, & la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une autre fraction, dont le numérateur eſt la quantité b élevée à une dimenſion égale au nombre des termes de la Suite, & le dénominateur eſt la grandeur a élevée à la même dimenſion, laquelle eſt multipliée par $a-b$.

Si

Si les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f\ldots$ &c. ſont toutes égales à c, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}^4}{a.\overline{a+c}^4.\,\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}^2} + \frac{b.\overline{b+c}^2}{a.\overline{a+c}^3} + \frac{b.\overline{b+c}^3}{a.\overline{a+c}^4};$$

la Suite ſera encore géométrique. Si ces deux Suites géométriques ont chacune une infinité de termes, leur ſomme ſera $\frac{1}{a-b}$, parce qu'alors $\frac{b^\infty}{a^\infty \times \overline{a-b}}$ & $\frac{b.\overline{b+c}^\infty}{a.\overline{a+c}^\infty.\,\overline{a-b}}$ ſeront infiniment petites.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe b plus grand que a, il eſt clair que la fraction $\frac{1}{a-b}$ deviendra négative, que les facteurs des numérateurs de la Suite ſeront plus grands que les facteurs correſpondans des dénominateurs, & que la formule

$$\frac{1}{a-b} - \frac{b.\,\overline{b+c}\ldots\ldots\text{&c.}}{a.\,\overline{a+c}\ldots\text{&c.}\times\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\,\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\,\overline{b+c}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}} + \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b+d}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b-d}.\,\overline{b+e}}{a.\,\overline{a+e}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}.\,\overline{a+f}} + \text{&c.}$$ deviendra-

vien-

viendra (en nommant n la différence de b à a)

$$\frac{b.\overline{b+c}\ldots\&c.}{n\times a.\overline{a+c}\ldots\&c.}-\frac{1}{n};$$ d'où l'on voit que dans ce cas, pour avoir la somme de tant de termes que l'on voudra de cette Suite, il faut retrancher $\frac{1}{n}$ de la fraction

$$\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}\ldots\ldots\&c.}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}\ldots\&c.},$$ dont le numérateur & le dénominateur contiennent autant de facteurs que la Suite que l'on veut sommer contient de termes. D'où l'on voit encore, que lorsque le nombre des termes de la Suite sera infini, cette somme sera exprimée par le seul terme $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}\ldots\&c.\ldots\infty}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}\ldots\&c.\ldots\infty}$ qui sera alors infini, le numérateur étant infiniment grand par rapport au dénominateur : toutes les Suites qui peuvent se rapporter à cette formule sont donc infinies.

Application à la recherche des sommes des Suites.

Lorsque les Suites que l'on se propose de sommer, auront les conditions de la remarque, on les comparera à la Suite de la formule générale, & l'on tirera de cette comparaison les valeurs des grandeurs $a.b.c.d.e.f\ldots$ &c. lesquelles valeurs étant substituées dans l'expression générale de la somme de ces Suites, on aura la somme de tel nombre de termes

mes de la Suite proposée que l'on voudra, & aussi la somme entiere de cette Suite continuée à l'infini.

EXEMPLE I.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2.4}{3.5.7} + \frac{2.4.6}{3.5.7.9} + \frac{2.4.6.8}{3.5.7.9.11} + \frac{2.4.6.8.10}{3.5.7.9.11.13} +$ &c. dont on demande la somme, de tel nombre de termes que l'on voudra. En comparant cette Suite à celle de la formule générale, qui est $\frac{1}{a}$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}.\overline{a+g}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+e}\ldots\overline{a+b}}$$, dont la somme des six premiers termes est $\frac{1}{a-b} -$

$$\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a+g}.\overline{a-b}}$$, &

la somme entiere jusqu'à l'infini est $\frac{1}{a-b}$ on trouvera $a=3$. $b=2$. $c=2$. $d=4$. $e=6$. $f=8$. $g=10$.... &c. lesquelles valeurs étant substituées dans la formule de la somme, on aura $\frac{1}{3-2} - \frac{2.4}{3.5.\overline{3-2}} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ pour la som-

ſomme des deux premiers termes, $\frac{1}{3-2} - \frac{2.\ 4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12}{3.\ 5.\ 7.\ 9.\ 11.\ 13.\ \overline{3-2}} = 1 - \frac{1024}{3003} = \frac{1979}{3003}$ pour la ſomme des ſix premiers termes, & $\frac{1}{3-2} = 1$ pour la ſomme entiere juſqu'à l'infini, ce qui donne $\frac{8}{15}$ pour la ſomme depuis le troiſieme terme incluſivement juſqu'à l'infini, & $\frac{1024}{3003}$ pour la ſomme depuis le ſeptieme terme incluſivement juſqu'à l'infini.

EXEMPLE II.

Soit la Suite $\frac{1}{5} + \frac{3}{5.9} + \frac{3.7}{5.9.13} + \frac{3.7.11}{5.9.13.17} + \frac{3.7.11.15}{5.9.13.17.21} +$ &c. dont on demande la ſomme, de tant de termes que l'on voudra. En comparant cette ſuite à celle de la formule générale, on aura $a = 5$ $b = 3$ $c = 4$. $d = 8$. $e = 12$. $f = 16$. &c. Ce qui donnera $\frac{1}{5-3} - \frac{3.7.11.15.19}{5.9.13.17.21.2} = \frac{1}{2} - \frac{209}{1326}$ pour les cinq premiers termes, $\frac{1}{2}$ pour la ſomme entiere de la Suite pouſſée à l'infini, & $\frac{209}{1,26}$ pour la ſomme depuis le ſixieme terme juſqu'a l'infini.

EXEMPLE III.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs $c.\,d.\,e.\,f.\,g\ldots$ &c. exprimer la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que de plus b ſoit 1, & que la grandeur a ſoit ſucceſſivement 2. 3. 4.

5.

5.6... &c. on aura en subſtituant ces valeurs dans la Suite générale, les différentes Suites particulieres, lorſque

$$a = 2 \ldots \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1.2}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5.6} + \&c.$$

$$a = 3 \ldots \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1.2}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6.7} + \&c.$$

$$a = 4 \ldots \frac{1}{4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1.2}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7.8} + \&c.$$

$$a = 5 \ldots \frac{1}{5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1.2}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8.9} + \&c.$$

qui ſe réduiſent, en diviſant par les facteurs communs, à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1.2}{1.2} + \frac{1.2}{2.3} + \frac{1.2}{3.4} + \frac{1.2}{4.5} + \frac{1.2}{5.6} + \frac{1.2}{6.7} + \&c. = \frac{1}{2-1}.$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1.2.3}{1.2.3} + \frac{1.2.3}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{6.7.8} + \&c. = \frac{1}{3-1}.$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1.2.3.4}{1.2.3.4} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{6.7.8.9} + \&c. = \frac{1}{4-1}.$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1.2.3.4.5}{1.2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4.5}{2.3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4.5}{3.4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4.5}{4.5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4.5}{5.6.7.8.9} + \frac{1.2.3.4.5}{6.7.8.9.10} + \&c. \; \frac{1}{5-1}.$$

Qui ſont toutes les Suites fractionaires qui peuvent être formées par les nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paſcal.

Ex-

EXEMPLE IV.

Si l'on suppose les grandeurs $c.d.e.f.g.h...$ &c. exprimer la Suite de tels nombres figurés que l'on voudra, non seulement du Triangle arithmétique de M. Paschal, mais de tout autre Triangle arithmétique, les grandeurs a & b demeurant constantes, on aura une infinité de Suites fractionaires nouvelles; lesquelles continuées à l'infini, auront des sommes toutes égales entre elles, puisque chacune sera égale à la quantité $\frac{1}{a-b}$; les sommes de ces Suites peuvent même être égales entre elles, sans que a & b demeurent constantes, il suffit que la différence de ces deux grandeurs soit toûjours la même. Enfin chaque variation des grandeurs a & b fournira une infinité de Suites toutes semblables, non seulement poussées jusqu'à l'infini, mais pour tel nombre de termes que l'on voudra, en observant ce qui a été dit dans le Corollaire I. Soit supposé par exemple, que $c.d.e.f.g.h...$ &c. soient les nombres 1.4.10.20.35.56... &c. qui sont les nombres pyramidaux, lesquels s'expriment par $\frac{1.2.3}{1.2.3}+\frac{2.3.4}{1.2.3}+\frac{3.4.5}{1.2.3}+\frac{4.5.6}{1.2.3}+\frac{5.6.7}{1.2.3}$, &c. en substituant ces valeurs dans la formule générale, on aura $\frac{1}{a}+\frac{b}{a+1}$

+

$+ \frac{b.\overline{b+1}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}} + \frac{b.\overline{b+1}.\overline{b-4}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}}$

$+ \frac{b.\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}}$, dont la somme des six premiers termes sera $\frac{1}{a-b} -$

$\frac{b.\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}.\overline{b+20}.\overline{b+35}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}.\overline{a+35}.\overline{a-b}}$, & celle depuis le septieme inclusivement jusqu'à l'infini sera

$\frac{\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}.\overline{b+20}.\overline{b+35}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}.\overline{a+35}.\overline{a-b}}$, quelles que soient les valeurs de a & b.

EXEMPLE V.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{8}{3.5} + \frac{8.10}{3.5.7} + \frac{8.10.12}{3.5.7.9} + \frac{8.10.12.14}{3.5.7.9.11} + \frac{8.10.12.14.16}{3.5.7.9.11.13} +$ &c. dont on demande la somme, de tel nombre de termes fini que l'on voudra. En comparant cette Suite à la formule du Corollaire IV, parce que dans cet Exemple, b est plus grand que a, on aura $b = 8$. $a = 3$. $u = 5$, & la somme des dix premiers termes sera $\frac{8.10.12.14.16.18.20.22.24.26}{5.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}$

$- \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.5.6.7.8.9.10.11.12.13}{5 \times 3.5.7.9.11.13.15.17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.6.8.10.12}{5 \times 3.15.17.19.21}$

—

$-\frac{1}{5} = \frac{2^{15}\times 2.3.4.5.6}{5\times 3.15.1.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{18}\times 1.2.3}{15\times 17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{19}}{15.17.19.7} - \frac{1}{5}$. Il en ſera de même d'un plus grand nombre de termes.

EXEMPLE VI.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c. exprimées par la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. . . &c. que la grandeur a ſoit l'unité, & que la grandeur b ſoit ſucceſſivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. en ſubſtituant ces valeurs dans la formule $\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}\ldots\ \&c.}{n.a.\ \overline{a+c}\ \overline{a+d}\ldots\ \&c.} - \frac{1}{n} = \frac{1}{a}$

$+ \frac{b}{a.\ \overline{a+c}.} + \frac{b.\ \overline{b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}} + \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}}$

$+ \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}.\ \overline{a+f}}$ + &c. on aura ces différentes Suites

$b=2\ldots \frac{1}{1} + \frac{2}{1.2} + \frac{2.3}{1.2.3} + \frac{2.3.4}{1.2.3.4} + \frac{2.3.4.5}{1.2.3.4.5} + \&c.$

$b=3\ldots \frac{1}{1} + \frac{3}{1.2} + \frac{3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3.4} + \frac{3.4.5.6}{1.2.3.4.5} + \&c$

$b=4\ldots \frac{1}{1} + \frac{4}{1.2} + \frac{4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3.4} + \frac{4.5.6.7}{1.2.3.4.5} + \&c.$

$b=5\ldots \frac{1}{1} + \frac{5}{1.2} + \frac{5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3.4} + \frac{5.6.7.8}{1.2.3.4.5} + \&c.$

Ces Suites ſe réduiſent, en effaçant les facteurs qui ſe détruiſent, à

 $b=$

$b = 2 \ldots 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ &c. $= 7 - 1$.

$b = 3 \ldots \frac{1}{2} \times 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +$ &c. $= \frac{28 - 1}{2}$.

$b = 4 \ldots \frac{1}{3} \times \frac{2.3}{1.2} + \frac{3.4}{1.2} + \frac{4.5}{1.2} + \frac{5.6}{1.2} + \frac{6.7}{1.2} + \frac{7.8}{1.2}$

$+$ &c. $= \frac{84 - 1}{3}$.

ou $\frac{1}{3} \times 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28$.

$b = 5 \ldots \frac{1}{4} \times \frac{2.3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3} + \frac{6.7.8}{1.2.3}$

$+ \frac{7.8.9}{1.2.3} +$ &c. $= \frac{210 - 1}{4}$.

ou $\frac{1}{4} \times 4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 +$ &c. Qui sont toutes les Suites des nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

REMARQUE.

On voit que toutes les Suites, dont on peut avoir la somme par cette Méthode, doivent avoir tous leurs termes positifs ; & que toutes celles dont les termes sont alternativement positifs & négatifs, ne peuvent point être sommées de cette maniere. Voici les changemens qu'il faut faire à cette Méthode, pour satisfaire à ce dernier cas.

SECONDE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a+b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la somme des deux grandeurs a & b. Cette fraction qui n'a qu'un seul terme, pourra se transfor-

former en 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, & même en une infinité de fractions, lesquelles seront toutes égales à la premiere fraction $\frac{1}{a+b}$; & ces fractions seront telles, qu'elles seront alternativement positives & négatives.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\,\overline{a+b}}$
$= \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\,\overline{a-c}} + \frac{b.\,\overline{b-c}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}}$
$+ \frac{b.\,\overline{b-c}}{a.\,\overline{a-c}\,\overline{a-d}} - \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b-d}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}.\,\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$
$- \frac{b}{a.\,\overline{a-c}} + \frac{b.\,\overline{b-c}}{a.\,\overline{a-c}\,\overline{a-d}} - \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b+d}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}.\,\overline{a-e}}$
$+ \frac{b.\,\overline{b+c}.\overline{b+d}.\,\overline{b+e}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}.\,\overline{a-e}.\,\overline{a+b}}$ — &c. Toutes ces différentes expressions composées de 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, sont toutes égales à la fraction $\frac{1}{a+b}$, ce qui se voit en les mettant à même dénomination, elles se réduiront toutes à la fraction $\frac{1}{a+b}$.

REMARQUE.

On voit que dans ce cas les facteurs des numéra-

rateurs de cette Suite se forment par la quantité b, à laquelle on ajoûte successivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c. & que les facteurs des dénominateurs se forment par la grandeur a, diminuée successivement des mêmes grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c.

Si donc on vouloit que les facteurs des dénominateurs fussent croissans, ce qui arrive dans presque toutes les Suites, ce changement influera sur les numérateurs, & l'on trouvera ces nouvelles expressions.

La fraction $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} - \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+c}}$

$- \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{-b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+}}$

$- \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$ Toutes ces dif-férentes expressions sont égales, ce qui se vo en les mettant à même dénomination.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que l'on vient de dire, qu par la premiere formule on aura les quat premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-}}$

$$+ \frac{b.\,\overline{b+c}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}} - \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b+d}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}.\,\overline{a-e}} = \frac{1}{a+b}$$

$$- \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b+d}.\,\overline{b+e}}{a.\,\overline{a-c}.\,\overline{a-d}.\,\overline{a-e}.\,\overline{a+b}}$$, & par la seconde formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\,\overline{a+c}} - \frac{b.\,\overline{-b+c}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}}$

$$- \frac{b.\,\overline{-b+c}.\,\overline{-b+d}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}} = \frac{1}{a+b}$$

$$+ \frac{b.\,\overline{-b+c}.\,\overline{-b+d}.\,\overline{-b+e}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}.\,\overline{a+b}}$$. Or comme ce même raiſonnement aura toûjours lieu, il s'enſuit que l'on aura toûjours la ſomme d'un nombre de termes quelconques de ces deux Suites. Cette ſomme ſera toûjours pour la premiere Suite $\frac{1}{a-b}$, plus ou moins, une fraction composée tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme; en obſervant de plus, que le dénominateur de cette fraction ajoûtée ou retranchée ſoit multipliée par la quantité $a+b$. On voit que cette fraction doit être ajoûtée, lorſque l'on veut avoir la ſomme d'un nombre impair des termes de la Suite, & qu'elle doit être retranchée, lorſque l'on veut en avoir un nombre de termes pair; ce qui eſt évident, puiſque cette premiere Suite a tous ſes termes alternativement plus & moins.

 On

On voit auſſi pour la ſeconde Suite, que la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera toujours $\frac{1}{a+b}$, plus une fraction compoſée, tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme, & dont le dénominateur ſoit multiplié par $a+b$.

OBSERVATIONS

Sur la formation du CORAIL, *& des autres productions appellées* PLANTES PIERREUSES.

Par M. DE REAUMUR. *

LE Corail eſt mis par les Jouailliers dans la claſſe des Pierres précieuſes. Il n'en eſt pas moins Pierre, pour être produit d'une façon qui lui eſt particuliere. Les Botaniſtes le rangent dans la claſſe des Plantes, où on a plus de peine à le voir. La ſtructure organique néceſſaire pour leur accroiſſement, ces tuyaux contigus qui doivent croître en tout ſens malgré ceux qui les entourent, ne peuvent s'imaginer que mal-aiſément dans une Pierre ſi dure ; auſſi n'y a-t-il pas lieu de croire qu'ils y ſoient. Les yeux, aidés des meilleurs Microſcopes, ne découvrent dans la

* 30 Juillet 1727.

la matiere coralline rien qui ne puisse convenir à un corps formé par une simple apposition. A la vérité, le savant M. de Marsigli a observé & décrit les Fleurs qui naissent sur le Corail; mais malgré ces Fleurs observées avec beaucoup de sagacité, on pourroit peut-être, en parlant exactement, & même en raisonnant conformément aux observations de M. le Comte de Marsigli, retirer le Corail d'entre les Plantes.

Il a décrit, avec beaucoup plus de soin & d'exactitude que ceux qui en avoient parlé avant lui, l'écorce dont le Corail est revêtu dans la Mer. Cette écorce est d'une substance moins dure & moins compacte que la matiere coralline, elle est même plus molle dans la Mer que quand elle a été exposée à l'air; & c'est peut-être ce qui a donné lieu aux contes des Anciens, qui ont assûré que le Corail ne s'endurcissoit qu'après qu'il avoit été pêché. Cette écorce, selon les observations de M. de Marsigli *, est remplie & toute traversée de petits Tuyaux ronds, qui ont tous à leur sommet un trou qu'on ne peut appercevoir sans Microscope. Ils sont pleins d'un suc glutineux, qui dans l'écorce fraîche est de couleur de lait, & qui ensuite se condense, & prend une couleur de safran tirant sur le rouge. La surface intérieure de l'écorce est toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

On détache aisément cette écorce de dessus le Corail récemment tiré de la Mer. La su-

* *Hist. de l'Academie de 1710. p. 91. & suiv.*

ſuperficie du Corail à qui on l'a enlevée, eſt toute ſillonnée de cannelures qui s'étendent depuis la baſe du Corail juſqu'aux extrémités de ſes branches. Il a dans ſa ſubſtance propre des cellules pleines d'un ſuc tout ſemblable à celui des tubules de l'écorce; mais elles ne ſont viſibles, & peut-être, ajoûte M. de Fontenelle en rendant compte des obſervations de M. de Marſigli, n'exiſtent-elles que dans la circonférence extérieure de la ſubſtance propre : tout le dedans paroît parfaitement ſolide & pierreux.

Tout cela enſemble, pour continuer à nous ſervir des termes de M. de Fontenelle, paroît prouver ſuffiſamment que toute la ſtructure organique du Corail, par rapport à la végétation, conſiſte dans ſon écorce, & dans la ſuperficie de la ſubſtance coralline; que l'écorce filtre un ſuc qui ſe répand entre elle & cette ſubſtance, en remplit les cellules & coule le long des canaux juſqu'aux extrémités des branches; & que ce ſuc s'étant pétrifié, tant dans les cellules qui environnent la ſubſtance coralline, que dans celles des extrémités des branches dont la ſubſtance n'eſt pas encore formée, fait croître la Plante tant en groſſeur qu'en hauteur.

Cette explication m'avoit paru ce qu'on peut imaginer de plus probable ſur l'accroiſſement du Corail; une obſervation que j'ai eu occaſion de faire, me ſemble la confirmer extrêmement, & lui ôter ſa principale difficulté. L'amour de feu S. A. R. Mgr. le Duc d'Orleans pour les Sciences, nous mettoit à portée de tout ce qui pouvoit contribuer

buer à leurs progrès. Nous avions souhaité avoir des Coraux, dont l'écorce n'eût point été détachée; en un mot, à peu près telle qu'est celle de ceux qui viennent d'être pêchés. M. Arnou, alors Intendant de Marseille, pour obéir aux ordres de Son Altesse Royale, en fit mettre dans des vases pleins d'eau de Mer, dans l'instant où il furent tirés des filets. Il poussa l'attention jusqu'à faire apporter ces vases par des hommes qui devoient revenir à pied de Marseille à Paris; aussi ces Coraux arriverent-ils conditionnés comme on le pouvoit desirer : ils étoient pour la plûpart recouverts de leurs écorces; partie pourtant de celle de quelques-uns avoit été détachée. Ayant changé de vases les Coraux, & leur eau, je trouvai les fragmens d'écorce dans le peu d'eau qui étoit restée au fond du premier vase; mais, outre les fragmens assés gros pour se faire distinguer, j'observai un sédiment plus pesant, & plus fin; c'étoit un sable très délié, une poudre rouge telle que du Corail pilé en donneroit. La finesse des grains ne permettoit gueres aux doigts de juger de leur dureté; mais mis sous la dent, il étoit aisé de reconnoître qu'ils étoient de nature pierreuse, un vrai sable.

L'écorce qui avoit été brisée & dissoute en partie, avoit donné ce sable. Qu'on ne soupçonne point qu'il avoit été emporté de la surface du Corail par des frottemens réitérés: j'ai détaché de l'écorce, je l'ai broyée dans l'eau, & elle a donné un sable pareil. Enfin si on met sous la dent un morceau d'écorce, elle semblera d'abord un corps mol; mais si

on la presse un peu plus, on sentira bientôt qu'il y a dans cette substance molle une infinité de petits corps du:s : la résistance qu'on trouvera, ne sera point de la nature de celle que peut faire un corps mol, ni même un corps plus dur que le bois ; des grains paroîtront fuir, s'échaper à la pression, & d'autres y résisteront.

L'écorce est beaucoup plus pâle que le Corail même ; c'est qu'il n'entre dans sa composition qu'une partie de cette matiere d'un beau rouge dont le Corail est composé en entier. On peut diviser son épaisseur en trois couches, qui méritent d'être considérées séparément. La premiere, celle de sa surface extérieure, est une membrane d'une couleur blanchâtre, très mince, & qu'on peut comparer en quelque sorte à celle qui revêt la surface intérieure des gousses des Pois ; si on laisse macerer l'écorce dans l'eau pendant quelque tems, cette premiere couche, cette membrane se sépare d'elle-même du reste, & même en morceaux assés grands. Au dessous de cette membrane est la seconde couche, qui fait seule la plus grande partie de l'épaisseur totale. Il n'est pas aisé de bien déveloper sa structure, mais le toucher seul apprend qu'elle est remplie de grains durs de nature pierreuse, en un mot de ces grains rouges dont nous venons de parler. Il est aisé de juger qu'ils y sont en grand nombre, puisque dès que cette seconde couche a été mise à découvert, elle paroît aussi rouge à peu près que le Corail même. Le Microscope nous y fait découvrir des amas prodigieux de ces

grains,

grains : il feroit à fouhaiter qu'il nous fît auffi bien voir comment ils y font contenus ; peut-être font-ils renfermés dans des tuyaux : il y a là apparemment une méchanique qui échape à nos yeux.

Au deffous de la couche fi remplie de notre petit fable rouge, on en diftingue une troifieme qui eft immédiatement appliquée fur le Corail ; celle-ci eft compofée de tuyaux ou fibres, fouvent vifibles à la vûe fimple, puifqu'ils ont autant de diametre au moins que les cannelures fenfibles qui font fur la furface du Corail ; ils font remplis de ce fuc latieux, qui devient jaune en féchant. Les plus confidérables fuivent la longueur des branches, puifqu'ils font logés dans les cannelures ; ils font traverfés par d'autres plus déliés, ce qui forme une efpece de rézeau ou de tiffu, dont les fils de la chaîne font plus gros que ceux de la trême. Il y a auffi divers amas de fuc laiteux ou jaune, qui forment des boules plus groffes que la tête d'une épingle.

Mais ce à quoi nous voulons nous arrêter, & dont il eft très aifé de fe convaincre, c'eft que l'écorce du Corail dans fon état naturel, eft toute pénétrée d'un fable extrêmement fin, de couleur de Corail, & qu'on doit croire de même nature. Comment fe forme ce fable dans l'écorce ? Je ne l'examine point ; il y eft. Quoiqu'il ne foit pas démontré que la circulation des fucs fe faffe précifément dans les Plantes comme dans les Animaux, & que même elle fe faffe dans les Plantes marines différemment que dans les Plantes terres-

 tres,

tres, toujours paroît-il sûr qu'il s'y fait une sorte de circulation.

Si les liqueurs charrient dans certains Animaux des quantités de graviers considérables, il n'y a rien de surprenant qu'il puisse s'en trouver de même dans les liqueurs de certaines Plantes, & sur-tout dans les liqueurs de celles qui, comme les Plantes marines, ont des odeurs animales.

L'existence d'un sable, tel que du Corail réduit en poudre, étant démontrée dans l'écorce du Corail, la formation du Corail n'est pas plus difficile à expliquer que celle des Pierres les plus communes. Des grains d'un sable grossier réunis forment des grès: des grains d'un sable rouge incomparablement plus déliés, formeront des Pierres rouges sans grains sensibles. L'eau qui passe au travers des voutes soûterraines, quand elle est chargée d'un sable prodigieusement fin, & qu'elle le dépose au haut de ces voutes, y produit des Pierres cristallines: que le suc qui circule dans notre écorce, charrie du sable jusqu'à la surface interieure de cette écorce, qu'il l'y dépose, parce qu'il n'est plus aisé à cette liqueur de ramener le sable ou une partie du sable; ces grains de sable déposés sur le Corail déja fait, & réunis les uns aux autres, le revêtiront d'une nouvelle couche. Les grains déposés au bout des branches les feront croître en longueur, comme ceux qui sont déposés autour de leur circonférence les font croître en grosseur; sa premiere formation aura été semblable à un de ces degrés d'accroissement. C'est un dé-

détail qu'il est aisé de suivre, & où il est inutile de s'arrêter.

Mais revenons encore à la comparaison des Plantes & des Animaux, & remarquons qu'il y a plusieurs especes de ces derniers qui sont recouverts de pierres. Les Coquilles si variées par leurs figures & leurs couleurs, que sont-elles autre chose que des Pierres du genre de celles dont on fait de la Chaux ? Nous avons expliqué ailleurs leur formation * ; un suc pierreux est charrié à la surface du corps de l'Animal, il prend consistance, il s'y rassemble par couches, qui ajoûtées les unes aux autres, forment une couverture solide, qui défend des parties délicates. Le même suc pierreux, ou le sable rouge déposé par couches au dessous de cette Plante, qui n'a que l'épaisseur d'une écorce, lui forme la tige, le soûtien qui lui est nécessaire : dans l'un & dans l'autre cas, dans celui de la formation des Coquilles, & dans celui de la formation du Corail, la matiere pierreuse s'échape des vaisseaux, & n'est plus reprise ni par les vaisseaux qui l'ont portée, ni par d'autres. En un mot, les Coquilles sont des Pierres produites par des Animaux ; & les Coraux, des Pierres produites par des Plantes : mais les Coraux n'en sont pas plus Plantes, comme les Coquilles ne sont point Animaux. La production & l'accroissement des unes & des autres ne se fait pas par la méchanique qui fait l'accroissement des véritables parties des Animaux, & des véritables parties des Plantes.

Ce

* *Mem. de l'Académie 1709.*

Ce ſuc laiteux qui devient jaune, & même d'un jaune rougeâtre en ſéchant, pourroit bien être la matiere qui fournit les grains pierreux: peut-être que dans le milieu de l'écorce il ſe fait une ſécrétion des grains rouges qui ſe trouvent dans la liqueur; que des tuyaux reçoivent cette poudre fine; que contenant d'ailleurs quelque liqueur plus fluide que le ſuc jaune, ils portent tous les petits grains à la ſurface intérieure de l'écorce, où ils les dépoſent; & que ces grains ainſi dépoſés ſucceſſivement, font croître le Corail. Mais il s'en faut bien que nous ne puiſſions prouver la réalité & la route de ces canaux, auſſi certainement qu'eſt prouvée l'exiſtence des petits grains rouges.

Bocconé, qui a parlé au long de l'écorce du Corail dans un petit Livre imprimé à Paris en 1671, ſous le Titre d'*Obſervations curieuſes ſur la nature du Corail*, dit qu'il croit devoir appeller cette écorce, *Fucus*, à cauſe de ſa couleur rouge, quoique les Anciens l'ayent nommé *Muſcus*. L'un & l'autre nom ſont propres à exprimer une Plante; cette écorce en eſt une, & c'eſt probablement tout ce qu'il y a de végétal dans le Corail. Cette écorce, ou ce *fucus* reſſemble aux Plantes paraſites, qui pour croître ont beſoin d'être ſoûtenues; mais il en différe par un endroit ſingulier: au lieu que les Plantes paraſites s'appuyent ſur des tiges étrangeres; à meſure que celle-ci croît, elle ſe bâtit une tige pierreuſe ſi belle, qu'elle s'eſt preſque ſeule attirée de l'attention, & qu'elle a uſurpé le nom de la Plante à qui elle doit ſon origine. Quoique

que le *fucus*, ou, si l'on veut, l'écorce, se forme ordinairement sa tige, elle se sert quelquefois d'une tige étrangere, mais alors elle la revêt de Corail. Dans le petit ouvrage cité ci-dessus, Bocconé décrit un morceau de Corail recouvert de son écorce, dont le centre étoit occupé par un morceau de bois long de plusieurs pouces. Le bois, dit-il, en occupoit le centre, à peu près comme la moëlle occupe celui des Plantes.

Le Corail ne semble donc, à exactement parler, qu'une Pierre branchue produite par une Plante, & n'en est pas pour cela plus Plante, que la Coquille d'un Animal est Animal. Après tout, on le peut nommer, si l'on veut, partie d'une Plante, comme on nommeroit une Coquille partie d'un Animal; nous ne voulons pas disputer de ces noms. Mais au moins sembloit-il que l'écorce dût rester en possession tranquille de l'état de Plante, depuis que M. le Comte de Marsigli lui avoit découvert des fleurs. Un nouveau systême qui par sa singularité seule mériteroit d'être rapporté, & qui a été communiqué depuis peu à l'Académie, veut pourtant changer totalement la condition du Corail, celle de son écorce, & généralement celle de tout ce qu'on a appellé jusqu'ici *Plantes pierreuses*; il change de même celle de ces Plantes dures, mais flexibles, qui ont conservé le nom de *Lithophytons*, quoique moins ressemblantes à des Pierres qu'à de la Corne. On prétend établir dans le nouveau systême, que toutes ces productions sont l'ouvrage de certains Insectes; qu'elles sont des especes de Coquil-

les,

les, ou des masses de Coquilles réunies. Les Fleurs que M. le Comte de Marsigli a crû avoir observées, sont métamorphosées en Insectes, qui produisent le Corail.

Tout extraordinaire que paroisse ce systême, il n'est pourtant pas le pur ouvrage de l'imagination; celui qui l'a proposé a crû y être conduit par des observations répétées; nous allons les rapporter, afin qu'on juge si elles sont aussi convaincantes qu'elles lui ont paru.

1°. On a rangé autrefois parmi les Plantes divers Tuyaux, qui sont de véritables Coquilles, formées & habitées par des Vers. Cette considération seule suffit pour faire soupçonner qu'on pourroit bien donner encore au regne végétal des productions du regne animal. L'Orgue de Mer, appellée *Tubularia*, n'est qu'un amas de Tuyaux qui par leur couleur ressemblent beaucoup au Corail, & qui sont habités & formés par des Vers.

2°. Les Astroïtes, qui sont différentes especes de corps pierreux blancs, du genre des Madrepores, sont composées de quantité de Tuyaux paralleles les uns aux autres, & ressemblent par-là à l'Orgue de Mer, ou à la *Tubularia*. Il est vrai que chaque Tuyau est partagé par des cloisons qui suivent leur longueur, & dont le nombre & la disposition donnent à l'embouchûre du Tuyau, une figure qui a quelque air de celle d'une Etoile, & c'est de-là que la Pierre a pris son nom. L'arrangement de ces embouchûres ou de ces Tuyaux se trouve différent dans différentes Pierres. Il y en a une espece où des files de

Tuyaux

Tuyaux forment des ondes à peu près semblables à celles de la surface exterieure du Cerveau, ou à celle que prend ce long Insecte de Mer nommé *Scolopendre*, & de-là a-t-on appellé cette Pierre *Scolopendrites*. Mais l'arrangement des Tuyaux n'empêche pas qu'ils n'ayent pû être faits par des Vers ; leurs cloisons même ne détruisent point cette idée ; on en observe d'à peu près pareilles dans la Coquille d'une espece de *Balanus*, qui est une de ces Coquilles qu'on a prises autrefois pour *Anatiferes*. Les Madrepores ordinaires ressemblent par la forme au Corail ; mais on leur voit comme aux Astroïtes des trous, à la vérité moins proches les uns des autres, mais partagés de même par des cloisons. Si les premieres sont les ouvrages des Insectes, on doit avoir beaucoup de disposition à croire qu'ils ont aussi formé les autres. L'Auteur du nouveau systême le pense ainsi ; & ayant rangé tous les Madrepores dans une classe dont il détaille les especes, il met à la tête de cette classe la Coquille d'un *Balanus*. Enfin ce qu'on a dit des Madrepores, on pourra le dire des Pores, ou des productions pierreuses, qui ne différent des précédentes que parce que les trous qu'on y apperçoit n'ont pas de cloisons. Ainsi en partant du *Tubularia* & du *Balanus*, & allant de proche en proche, l'Auteur vient au Corail, qu'il donne encore au genre animal.

3°. Il a observé que ces Fleurs qu'on avoit découvert sur le Corail, se trouvent dans les Madrepores & dans les autres productions pierreuses, & c'est une observation dont on doit

doit lui ſavoir gré. Mais au lieu de les prendre pour des Fleurs, il les regarde comme des inſectes du genre appellé *Orties de Mer.* Les Orties de Mer connues juſqu'ici n'ont point de Coquilles, leur figure approche de celle d'un cone tronqué; on en peut voir de repréſentées dans les Mémoires de l'Académie de 1710; de leur partie ſupérieure, ou de celle où le cone eſt tronqué, ſortent un grand nombre de Cornes de la conſiſtance de celle des Limaçons, qui font un effet agréable & ſingulier. On veut donc que l'écorce du Corail ſoit habitée par des Inſectes de ce genre, & que ce qu'on a pris pour les pétales des Fleurs, ſoient les Cornes de ces Animaux, ou, pour parler comme l'Auteur du nouveau Syſtême, leurs Jambes & leurs Pattes. Ces parties ne paroiſſent que lorſque le Corail eſt dans l'eau; quand on le met à l'air, elles rentrent dans une cavité. Il a vû même celles de quelques Madrepores s'agiter, ou agitées dans l'eau. Du milieu de ces Cornes, il a vû une partie s'élever & s'abaiſſer, s'ouvrir & ſe fermer.

4°. On trouve de ces prétendues Fleurs en toute ſaiſon; les Plantes ont des ſaiſons particulieres pour fleurir.

5°. Le Corail a une liqueur laiteuſe, par le moyen de laquelle on convient qu'il ſe multiplie. Cette liqueur eſt donc analogue au lait ou frais des Poiſſons.

6°. Autre analogie encore: lorſque l'écorce de ces Plantes ſe pourrit, elle répand une odeur de Poiſſon pourri.

7°. Par l'analyſe chymique, on retire de ces écor-

écorces à peu près les mêmes principes qu'on rétire des matieres animales.

8°. Enfin le Corail, & tout ce qu'on appelle *Plantes pierreuses*, n'ont intérieurement aucune organisation ; leur écorce leur est simplement adhérante.

Voilà à quoi se réduisent les principales preuves par lesquelles on croit établir le nouveau Systême ; je doute qu'elles paroissent aussi solides qu'elles l'ont paru à son Auteur. La meilleure de toutes, qui peut-être ne seroit pas encore trop bonne, seroit d'être bien assûré, que ce qu'on a pris pour les Fleurs du Corail, sont véritablement des Insectes nichés dans sa substance ou dans son écorce ; il n'y a que les yeux qui en puissent convaincre. Cependant leur témoignage ne paroît ici rien moins que certain en faveur des Insectes, puisque celui qui les fait exister aujourd'hui, les ayant observé autrefois avec M. de Marsigli, les prit avec lui pour des Fleurs. Il est vrai qu'il prétend qu'il a vû de ces corps plus considérables sur des Madrepores. Il ne nous dit point précisément leur grosseur. Il a vû leurs Jambes agitées dans l'eau ; il a vû s'élever du centre quelque chose jusqu'au dessus de la circonférence, il a vû, dit-il, cette partie se dilater comme la prunelle. Dans tout cela on ne trouvera peut-être encore rien d'assés décisif ; un corps délié ne sauroit être dans l'eau, sans faire voir des mouvemens tels que l'Auteur les a vû. Mais ce qu'on appelle des Fleurs ne paroît que dans l'eau ; elles disparoissent dès qu'on les expose à l'air. Cela ne convient-il pas

mieux

mieux à un Animal qui se retire à son gré dans sa niche, qu'à une Fleur?

Mais n'avons-nous pas des Fleurs qui s'épanouïssent le jour, & qui se ferment la nuit; d'autres qui s'ouvrent le soir, & se ferment le matin? L'épanouïssement & le resserrement des pétales du Corail est plus subit que celui des Fleurs dont nous parlons. Mais l'est-il plus que ne le sont les mouvemens de la Sensitive?

On trouve ces Fleurs en toute saison, & on n'en trouve aux Plantes terrestres qu'en certains tems. Il est pourtant de celles-ci qui en ont presque toute l'année; & la temperature de l'athmosphere qui environne les Plantes marines, n'étant pas sujet à des vicissitudes aussi grandes & aussi subites que celles de l'athmosphere des Plantes terrestres, il ne seroit pas étonnant qu'elles fussent toûjours en fleurs. Si pourtant on vouloit refuser le nom de *Fleurs* à ces petits corps nouvellement observés sur le Corail, peut-être seroit-il difficile de démontrer qu'il leur est propre. On n'a été conduit à le leur donner que par une analogie très vraisemblable, mais il n'en seroit pas plus prouvé qu'ils sont des Insectes.

Le lait du Corail ne paroitra pas différent de celui de tant d'autres Plantes, qu'en ce qu'il sert à la propagation du Corail, s'il est absolument certain qu'il y serve. Mais quelle difficulté y a-t-il à imaginer que les Graines nagent dans ce lait. L'odeur animale que donne son écorce en se pourrissant, & les principes qu'on en tire par l'analyse, montrent seulement les différences qu'il y a entre

tre les Plantes terreſtres & les Plantes marines. Ces différences ont été connues jusqu'ici, & n'ont porté perſonne à les croire des productions animales. Ce principe feroit faire par des Animaux des Plantes molles de Mer qui ſont inconteſtablement Plantes.

Enfin, y eût-il des Animaux logés dans l'écorce du Corail, & dans celle des autres Plantes marines, que feroit-on en droit d'en conclure? rien plus que ce qu'on conclud de quelques eſpeces de Vers décrits par M. de Marſigli, qui rongent la ſubſtance du Corail.

Ce que l'Auteur dit de la ſtructure du Corail, qui n'eſt pas propre à végéter, eſt plus ſolide; mais prouve ſeulement que le Corail n'eſt pas Plante, & ne prouve aucunement que ſon écorce ne le ſoit point.

Enfin, eût-on rendu plus probable ce ſyſtême ſingulier, on ſe verroit forcé à l'abandonner, dès qu'on penſeroit à l'impoſſibilité qu'il y a de faire bâtir par des Inſectes, d'une maniere approchante de celle dont ils bâtiſſent leurs Coquilles, des corps tels que le Corail, & que les autres corps qui portent le nom de *Plantes pierreuſes*. Auſſi ne paroît-il pas que l'Auteur ait pû rien imaginer ſur cela qui le ſatisfaſſe, ni rien à quoi il croye devoir s'en tenir. Quelquefois il ſemble vouloir que les Madrepores ne ſoient que différentes Coquilles réunies, quelquefois, qu'elles ne ſont qu'un ſeul Coquillage. Par rapport au Corail, il paroît prendre un autre parti. Il veut que les Orties nichées dans l'écorce, ou en ſes termes, dans la croute, dé-

déposent une liqueur, une gomme qui coule le long des fillons, qu'on apperçoit à la surface du Corail, qu'elle s'y arrête peu-à-peu & qu'elle s'y durcisse en pierre. Comment la liqueur pourroit elle être fournie par tous ces Insectes allés également pour faire un corps continu, solide, & qui a une sorte de régularité? La réunion de plusieurs Coquilles, comme il le veut pour les Madrepores, est encore plus difficile à concevoir. Au reste, mon dessein n'est pas de m'arrêter à faire valoir les difficultés; il suffit qu'on ait vû quels sont les fondemens de ce systême.

Mais je l'ai déja dit, & je le répéte volontiers, nous devons beaucoup à son Auteur, pour les observations qu'il nous a données, & qu'il a été faire avec beaucoup de peine & de dépense jusque sur les Côtes d'Afrique. La formation du Corail me sembloit expliquée d'une maniere plausible, par les grains pierreux que dépose son écorce; il me paroissoit extrêmement probable que toutes les autres productions appellées *Plantes pierreuses*, étoient l'ouvrage d'une pareille méchanique. Mais il restoit pour cela à être assûré qu'elles avoient une écorce pareille à celle du Corail. Quand on nous les apporte, on a grand soin de les nettoyer, pour les faire paroître plus belles. On ne leur voit donc point d'écorce; celles même qu'on pêche en sont souvent dépouillées. Mais l'Auteur du systême nous apprend qu'il a trouvé plusieurs especes de Madrepores & de Pores recouvertes d'une matiere gluante, qui est sans doute leur écorce. Il se seroit peut-être plus arrêté à

à nous faire voir la ressemblance qu'elles ont avec celle du Corail, s'il eût été moins plein de sa nouvelle idée.

Quoi qu'il en soit, dès que les Madrepores, les Pores, les Escaras, les Champignons de Mer, seront recouverts d'une écorce chargée de grains pierreux, la production de tous ces corps sera aussi facile à expliquer que celle du Corail. Les trous partagés par des cloisons, les especes de rézeaux, les feuillets, tout s'expliquera par les figures de leur écorce. Quand elle sera faite en rézeau, la masse pierreuse qu'elle produira aura aussi des trous semblables à ceux d'un rézeau, puisque la matiere pierreuse ne sera déposée que par ce qu'il y a de plein dans l'écorce. L'écorce devient par-là une espece de moule, qui fournit lui-même la matiere qu'il a à mouler. Mais c'est un moule capable d'accroissement, & dès-là on n'est pas surpris qu'un Astroïte, par exemple, qui est un groupe de tuyaux partagés par des cloisons, ait moins de circonférence par en-bas que par en-haut, que chacun de ses tuyaux ayent aussi plus de diametre sur la partie de la pierre qui en a le plus, & qu'ils en ayent moins sur celle qui en a moins. L'écorce avoit moins d'étendue, lorsqu'elle a produit la plus petite partie; les mailles du rézeau qu'elle forme, étoient aussi alors plus serrées. Lorsque cette Plante croît, le nombre de ses mailles peut aussi augmenter; & alors la partie de la pierre, la derniere formée, aura plus d'ouvertures, plus de tuyaux, que celle qui a été formée la premiere. Enfin les figures les plus singu-

lie-

lieres de ces productions pierreuses, qu'on a appellées *Plantes pierreuses*, pourront être expliquées aisément au moyen de la seule écorce qui végéte, & qui dépose des grains pierreux.

RECHERCHES SUR LA RECTIFICATION DES BAROMETRES.

Par M. SAURIN. *

ON doit à feu M. Amontons un grand nombre d'observations nouvelles & utiles sur divers sujets de Physique & de Méchanique : mais les Mémoires de l'Académie sont particulierement remplis des ingénieuses découvertes de cet Auteur par rapport au Thermometre & au Barometre. Il s'étoit appliqué long-tems avec beaucoup de succès à perfectionner ces deux sortes d'instrumens, & il travailloit encore à la rectification du Barometre, quand il mourut.

Deux morceaux de lui sur cette matiere, qui se trouvent dans les Mémoires de 1704, ont donné occasion aux recherches que je propose ici. Dans ces deux pieces, M. Amontons examine un inconvénient commun au

* 13 Août 1727.

au Barometre simple & au Barometre double; & après avoir fait connoître l'erreur que cet inconvénient cause dans les deux Barometres, il donne les moyens de la corriger dans l'un, & de l'éviter dans l'autre.

Tout le monde sait que l'inconvénient consiste, en ce que la Pesanteur de l'Air n'agit pas seule dans les Barometres; la chaleur a part aussi aux variations que l'on y observe: par-là ces variations deviennent un effet équivoque, & par conséquent une mesure incertaine & trompeuse des changemens de pesanteur de l'Athmosphere.

S'il est question, par exemple, du Barometre simple; le degré de pesanteur de l'Air demeurant le même, la chaleur peut cependant augmenter ou diminuer, & le Mercure venant ainsi à se raréfier ou à se condenser, on le verra hausser ou baisser, & l'on tombera dans l'erreur, en attribuant l'effet observé à quelque augmentation, ou à quelque diminution du poids de l'Athmosphere. Les deux causes agissant ensemble, soit en même sens, soit en sens contraire, feront varier l'erreur, mais elle subsistera toûjours.

Suivant les expériences de M. Amontons, du plus grand froid au plus grand chaud de notre climat, le Mercure se dilate de la cent-quinzieme partie de son volume; c'est-à-dire, qu'une colomne de Mercure de 115 lignes dans le grand froid, devient une colomne de 116 lignes dans le grand chaud; & une colomne de trois fois 115 lignes, qui font 28 pouces 9 lignes, devient une colomne de trois fois 116 lignes, qui font 29 pouces; ce

qui donne 3 lignes de différence. Si l'on ſuppoſe donc un degré de peſanteur de l'Athmoſphere, qui dans le grand froid ſoûtienne le Mercure à la hauteur de 28 pouces 9 lignes, le même degré de peſanteur dans le grand chaud ſoûtiendra le Mercure à la hauteur de 29 pouces, & l'on croira mal à propos le poids de l'Athmoſphere augmenté de 3 lignes. Comme dans ce Païs la hauteur du Barometre ſimple ne paſſe pas 29 pouces, & qu'elle eſt même toûjours au deſſous, il s'enſuit que l'erreur de ce Barometre ne va point au-delà de 3 lignes: auſſi eſt-ce à 3 lignes que M. Amontons a déterminé la plus grande erreur.

Maintenant il eſt clair qu'en ſuppoſant invariable le plus grand poids de l'Athmoſphere, les variations de la chaleur feront parcourir ces 3 lignes au Barometre, pendant que le Thermometre parcourra, en allant du plus grand froid au plus grand chaud, toute l'étendue des degrés compris entre ces deux termes. Si cette étendue eſt de 96 lignes, comme dans le Thermometre de M. Amontons, les 96 lignes du Thermometre ſeront parcourues dans le même tems que les 3 lignes du Barometre; & par conſéquent pour chaque ligne du Thermometre, on aura dans le Barometre la 96e partie de 3 lignes, ou $\frac{1}{32}$ de ligne, qu'il faudra retrancher de la hauteur du Mercure; & la hauteur ainſi corrigée, donnera la peſanteur préciſe de l'Athmoſphere.

C'eſt ſur ce fondement que M. Amontons a dreſſé une Table à deux colomnes. Il a mis dans l'un les degrés de ſon Thermometre diviſés par lignes, & dans l'autre vis-à-vis de cha-

chaque ligne les corrections qui leur conviennent, ou les $\frac{1}{32}$ de ligne qu'on doit retrancher de la hauteur du Barometre. Il est évident que cette Table n'est exacte que dans le seul cas d'une pesanteur de l'Athmosphere de 28 pouces 9 lignes; car ce n'est que dans ce cas, ainsi qu'on vient de l'exposer, que le plus grand chaud donne 3 lignes d'erreur; & justement dans ce cas la Table est inutile, puisqu'elle ne fait connoître que ce qu'elle suppose connu; savoir, le même degré de pesanteur, sur le pied duquel, pris pour invariable, elle a été construite. M. Amontons n'a pas laissé de la proposer pour toutes les variations de pesanteur, en avertissant qu'il n'y a pas d'erreur considérable à craindre: & il a eu raison. L'erreur ne peut aller au plus qu'à $\frac{1}{3}$ de ligne; c'est dans le cas de la plus petite pesanteur de l'air, jointe au plus grand chaud; car la colomne de Mercure qui soûtient ici le plus petit poids de l'Athmosphere, n'est jamais au-dessous de 25 pouces $\frac{1}{2}$ ou 306 lign. dont la $\frac{1}{117}$ partie est de 3 lign. moins $\frac{1}{3}$ de ligne.

On auroit lieu sans doute d'être très satisfait du Barometre, si l'on pouvoit s'assûrer de la justesse de cet Instrument à un tiers de ligne près. Je suis fort éloigné de croire que dans l'usage on doive compter sur une si grande exactitude. Bien plus, des expériences certaines m'ont convaincu que l'on s'écartoit de cette exactitude, en voulant en approcher, & que l'erreur qu'on prétend corriger dans le Barometre simple, s'y trouvoit corrigée par l'inexactitude même, qui est inévita-

 ble

ble dans la construction de ces sortes d'Instrumens. Cependant pour la spéculation, & à l'égard du calcul, on pourroit avoir une précision entiere, en supposant tout ce que je viens d'expliquer.

La correction du Barometre simple dépend, comme on a vû, de cette regle générale, que dans le plus grand chaud, en diminuant d'une 116e partie la hauteur donnée par l'observation, on a exactement celle qui convient à la pesanteur seule de l'Athmosphere; je dis une 116e partie, parce que la 116e partie de la hauteur entiere est la même chose que la 115e de la hauteur après la diminution. Prenant donc un degré quelconque de pesanteur de l'Athmosphere, par exemple, celui de 28 pouces 9 lignes; & sur le pied de cette pesanteur supposée constante, dressant une Table comme celle de M. Amontons, pour tous les degrés de chaleur divisés par lignes, avec le secours de cette Table & d'une seule Regle de trois, on aura dans toutes les variations du Barometre la pesanteur précise de l'air dans le tems de l'observation. A la pesanteur, prise pour constante de la Table, on ajoûtera l'équation ou la correction qui dans cette même Table répond au degré de chaud indiqué par le Thermometre au moment de l'observation; ce sera le premier terme de la proportion; la hauteur observée sera le second; & l'on mettra dans le troisieme l'équation seule; le quatrieme terme qui viendra, sera l'équation qui convient à la hauteur observée, c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de cette hauteur pour avoir au juste la pesanteur que l'on veut connoître; ou bien on mettra au troisieme terme

me la peſanteur ſeule de la Table, & le quatrieme donnera la peſanteur cherchée.

Soit, par exemple, la hauteur que donne l'obſervation, 26 pouces 2 lignes, ou 314 lignes, & ſoit le Thermometre à 64 lignes au-deſſus du plus grand froid; à ces 64 lignes répondront dans la Table $\frac{64}{32}$ de ligne, ou 2 lignes d'équation pour ce degré de chaud ſur le pied de la peſanteur de 28 pouces 9 lignes, ou 345 lignes, qui eſt celle de la Table; en ajoûtant les 2 lignes aux 345, on aura 347 lignes. On fera donc cette analogie; comme 347 lignes (peſanteur conſtante plus les deux lignes d'équation) ſont à 314 lignes, (hauteur obſervée) ainſi les deux lignes d'équation ſont à un quatrieme terme, qui ſera ce qu'il faut retrancher de la hauteur obſervée; il viendra pour quatrieme terme dans cet exemple $1 + \frac{145}{169}$, ou environ $1 + \frac{6}{7}$, ou $\frac{13}{7}$, & ôtant ces $\frac{13}{7}$ de 314, qui eſt la hauteur donnée par l'obſervation, il reſtera 312 & $\frac{1}{7}$ pour la hauteur dûe à la peſanteur ſeule de l'Athmoſphere. Si ſans faire cette analogie, on avoit retranché les deux lignes d'équation que donne la Table, on n'auroit eû pour la peſanteur cherchée que 313 lignes, quantité moindre de $\frac{1}{7}$ de ligne que la véritable.

Mais tout cela eſt ſi peu de choſe qu'on n'auroit eu garde d'en parler, s'il n'avoit été néceſſaire en quelque ſorte de dire un mot du Barometre ſimple, avant que de paſſer au Barometre double, qui eſt le ſeul objet que l'on s'eſt propoſé dans cette recherche. Il y a dans ce Barometre une complication d'erreur qui de-

mande quelque attention, & qu'on ne sauroit même démêler exactement sans le secours de l'Analyse. A la raréfaction du Mercure se joint ici celle de la liqueur, & la confusion qui naît de ces deux causes est beaucoup augmentée par les capacités différentes des Boîtes & des Tuyaux. Pour ne pas embarrasser la difficulté, considérons d'abord la raréfaction seule du Mercure, & la variation qu'elle produit dans le Barometre double, indépendamment de la raréfaction de la liqueur; on vera ensuite plus aisément quelle modification cette derniere cause apporte à l'effet de la premiere.

La colomne de Mercure prise depuis le niveau de la hauteur où le Mercure est dans la Boîte inférieure, jusqu'à la hauteur qu'il a dans la Boîte supérieure; c'est-à-dire, la colomne marquée DA ou $DK + KA$, est soûtenue en partie par le poids de l'Athmosphere, & en partie par celui de la liqueur. Cette colomne étant en équilibre avec ces deux poids dans le grand froid, il s'en faut beaucoup qu'elle ne soit encore en équilibre avec les mêmes poids dans le grand chaud. Pour demeurer en équilibre, il faudroit, selon les remarques précédentes, que si elle étoit de 28 pouces 9 lignes dans le grand froid, elle eût 3 lignes de plus dans le grand chaud, & qu'elle fût de 29 pouces; mais le Tuyau est si menu par rapport à la Boîte, que la dilatation du Mercure par le grand chaud, laquelle augmenteroit considérablement la hauteur de la colomne si le Tuyau étoit continué sans Boîte, ne

don-

donne dans la Boîte qu'une augmentation de hauteur presque insensible.

Supposons que le diametre du Tuyau soit d'une ligne, & celui de la Boîte d'un pouce ou de 12 lignes; la capacité de la Boîte sera à celle du Tuyau, comme 144 à 1; car les capacités sont entre elles comme les quarrés des diametres. Supposons encore que dans les deux Boîtes considérées comme de parfaits-Cylindres, il y ait en tout un pouce & demi de Mercure. Supposons enfin, que le Tuyau recourbé qui en est rempli dans toute sa longueur depuis une Boîte jusqu'à l'autre, soit égal à un Cylindre droit de même base, & de 32 pouces de longueur, qui est en effet à peu près celle qu'on lui donne ordinairement; les trois demi-pouces des Boîtes rempliroient dans un Tuyau de même diametre que celui que nous supposons, 144 fois trois demi-pouces, ou 216 pouces, qui ajoûtés aux 32, font 248 pouces: ainsi voilà 248 pouces de Mercure, à les mesurer dans un Tuyau d'une ligne de diametre.

Maintenant le grand chaud les dilatant d'une $\frac{1}{117}$ partie, donneroit une augmentation de deux pouces & deux lignes, ou de 26 lignes; mais dans la Boîte dont la capacité est 144 fois aussi grande que celle du Tuyau, ces 26 lignes se réduiront à une hauteur, qui ne sera que la 144e. partie de 26 lignes; ce qui ne va pas à $\frac{1}{5}$ de ligne.

On voit donc par ce calcul, qu'une colomne de Mercure de 28 pouces 9 lignes, faisant équilibre dans le grand froid avec le

poids de l'Athmoſphere, joint à celui de la liqueur, ne devient plus longue dans le grand chaud, que d'une quantité à peine ſenſible dans la Boîte, au lieu qu'elle devroit s'allonger de trois lignes pour demeurer en équilibre avec les mêmes poids: d'où il arrivera que ces poids feront baiſſer dans la Boîte inférieure, & hauſſer dans la ſupérieure le Mercure, juſqu'à ce que la colomne compriſe entre les deux ſurfaces, ait les trois ligues de plus que demande l'équilibre.

Quand je dis les trois lignes de plus que demande l'équilibre, cela s'entend, le poids de la liqueur demeurant le même; ce qui ne ſauroit être: car le Mercure ne peut baiſſer dans la Boîte inférieure de la moitié de trois lignes, ou d'une ligne & demie, que la liqueur ne baiſſe de la même quantité dans la même Boîte, & cet abbaiſſement en produira un dans le petit Tuyau de la liqueur, qui ſera à celui de la Boîte comme le quarré du diametre de la Boîte au quarré du diametre du Tuyau. Il s'en faudra donc de beaucoup que la liqueur n'ait la même hauteur qu'elle avoit auparavant, & par conſéquent qu'elle ne ſoûtienne la même partie du Mercure qu'elle ſoûtenoit: ainſi le Mercure remontera dans la Boîte inférieure, & fera remonter la liqueur dans le Tuyau juſqu'à un point d'équilibre qui donnera à la colomne de Mercure, compriſe entre les deux ſurfaces, moins de 3 lignes de plus, c'eſt-à-dire, qui lui ôtera une partie des 3 lignes de plus qu'elle avoit, & qui rendra à
la

la liqueur moins de hauteur qu'elle n'avoit avant la dilation du Mercure, mais plus qu'elle n'en conſervoit dans la ſuppoſition du Mercure baiſſé d'une ligne & demie dans la Boîte inférieure.

Mais ce n'eſt pas là tout. Nous n'avons point encore conſidéré l'effet de la raréfaction de la liqueur; nouvelle conſidération qui fait un nouvel embarras. La liqueur en ſe raréfiant devient moins peſante, & occupe plus de place. Si elle étoit toute contenue dans un même Tuyau, ſa hauteur n'augmenteroit qu'à proportion de ce qu'elle perd de ſa peſanteur, & l'équilibre ſe maintiendroit; mais par la différence des capacités de la Boîte & du petit Tuyau, la raréfaction la fait monter dans le petit Tuyau bien au-delà de la hauteur qui ſuffiroit pour lui conſerver ſon poids ſur le Mercure; elle fera donc deſcendre le Mercure dans la Boîte inférieure, juſqu'à ce qu'elle-même ſoit deſcendue au point de hauteur qui lui eſt néceſſaire pour contrepeſer la partie qu'elle doit ſoûtenir de la nouvelle colomne de Mercure.

Voilà les difficultés qu'il faut démêler par l'Analyſe, pour déterminer dans l'exactitude géometrique la part qu'a la chaleur dans les variations du Barometre double de M. Huigens, & pour ſe mettre en état d'en diminuer l'erreur avec lumiere. Mes recherches ſur cela ſe bornent dans la ſolution des Problêmes ſuivans.

PROBLEME I.

Les volumes du Mercure & de la liqueur étant donnés avec le rapport de leurs pesanteurs entre elles, & celle de l'Athmosphere; les diametres des Tuyaux & des Boîtes; les longueurs HL, LSG *du Tuyau rempli de Mercure, & la hauteur* VP *de la Boîte inférieure étant aussi des grandeurs données; trouver la hauteur* F *de la liqueur dans l'état d'équilibre.*

Soient t le diametre du Tuyau $HLSG$; θ celui du Tuyau ER, & a celui des Boîtes, lesquelles je suppose d'égal diametre. Si l'on nomme m la longueur d'un Tuyau que la quantité donnée de Mercure rempliroit, & qui est supposé d'un diametre égal à t, & n la longueur que la quantité donnée de la liqueur occuperoit dans un Tuyau comme le sien du diametre θ; le produit mtt exprimant la quantité du Mercure, $n\theta\theta$ exprimera celle de la liqueur. Soient g la pesanteur du Mercure, & f celle de la liqueur. Soient enfin les autres quantités données VP, h; la longueur du Cylindre égal à $GGSSLL$, b; LH, c; DO ou $DK + KO$, (longueur de la colomne de Mercure soûtenue par le poids seul de l'Athmosphere) d.

Nommant EF, x, on a la quantité de liqueur contenue dans la partie du Tuyau $EFFE = \theta\theta x$, & la quantité contenue dans la partie de la Boîte $CVVC = CV \times aa$; & la somme de ces deux quantités étant égale à toute la quantité donnée, qui est $n\theta\theta$, on a

$\theta\theta x + CV \times aa = n\theta\theta$, ou $CV \times aa = n\theta\theta - \theta\theta x$, & par conséquent $VC = \frac{n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$. $CP = VP - VC = \frac{aah - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$; & la capacité $CPPC = aah - n\theta\theta + \theta\theta x$. La recourbure $GLLG = btt$; $LHHL = ctt$; la hauteur $BH = LH - LB$ ou $PC = \frac{aac - aah + n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$; $KO = DO - DK$ ou $BH = \frac{aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$ & la capacité $KOOK = aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x$.

OA, hauteur de la partie du Mercure soûtenue par le poids de la liqueur, se trouve par cette Analogie, g (pesanteur du Mercure). f (pesanteur de la liqueur) :: $FE + VC$ $\left(\frac{aax + \theta\theta x - n\theta\theta}{aa}\right)$. $\frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{gaa} = OA$, & la capacité $OAAO = \frac{faax + f\theta\theta x - fn\theta\theta}{g}$.

Maintenant la quantité donnée de Mercure remplissant les capacités $CPPC$, $GLLG$, $LHHL$, $KOOK$ & $OAAO$, on a $mtt = aah - n\theta\theta + \theta\theta x + btt + ctt + aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x + \frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{g}$; ou $2g\theta\theta x + faax - f\theta\theta x = gmtt + 2gn\theta\theta$ +

$+gaac - 2gaab - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta$; d'où l'on tire l'égalité *A.*

$$A \ldots x = \frac{gmtt - 2gn\theta\theta + gaac - 2gaab - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta}{2g\theta\theta + faa - f\theta\theta}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME II.

La pesanteur de l'Athmosphere demeurant la même, & toutes les grandeurs données dans le Problême précédent, étant encore données dans celui-ci, trouver la différence de la hauteur de la liqueur dans le grand chaud, à sa hauteur dans le grand froid.

SOLUTION.

Ce que la dilatation du Mercure & de la liqueur dans le grand chaud ajoûte à leurs volumes étant connu, & par conséquent aussi le nouveau rapport de leurs pesanteurs, je prends $mtt \times \frac{1}{q}$ pour l'augmentation du volume précédent mtt du Mercure, & $n\theta\theta \times \frac{1}{r}$ pour celle du volume $n\theta\theta$ de la liqueur; &

nom-

nommant les nouvelles peſanteurs s, v, je mets dans la précédente égalité A, au lieu de mtt, $mtt + \frac{1}{q} mtt$; au lieu de $n\theta\theta$, $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$; & s, v, au lieu des peſanteurs g, f. Je mets auſſi pour d (hauteur dans l'égalité A de la colomne du Mercure, ſoutenue par le poids ſeul de l'Athmoſphere) $d + \frac{1}{q} d$, à cauſe du nouveau rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Athmoſphere qui demeure la même. Cette ſubſtitution changera l'égalité A du grand froid, en l'égalité B du grand chaud

$$B \ldots x = smtt + \frac{1}{q} smtt + 2sn\theta\theta + \frac{1}{r} \times sn\theta\theta + saac - 2saab - sbtt$$

$$- sctt - saad - \frac{1}{q} saad - vn\theta\theta - \frac{1}{r} vn\theta\theta \times \frac{1}{2s\theta\theta + vaa - v\theta\theta}.$$

Il eſt évident que ſubſtituant dans les deux égalités A & B, au lieu des lettres leurs valeurs données, on aura deux valeurs de x (hauteur de la liqueur) l'une pour le froid, & l'autre pour le chaud; & que retranchant l'une de l'autre, leur différence ſera celle des hauteurs. *Ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Si la liqueur du Barometre eſt de l'Eſprit de vin, & que mtt & $n\theta\theta$

ſoient

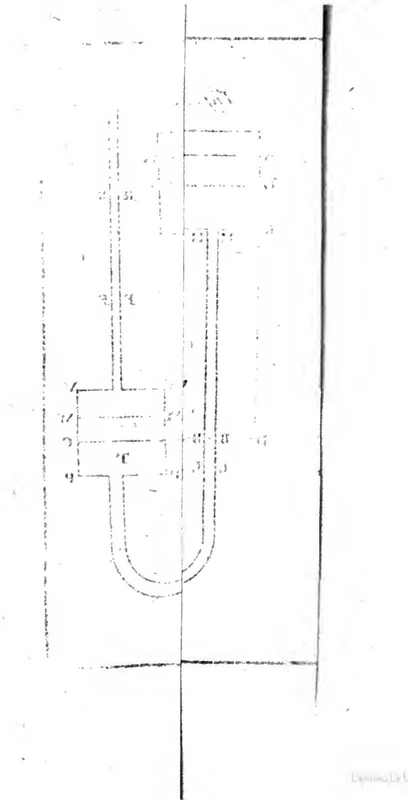
ſoient les volumes de Mercure & d'Eſprit de vin données dans le grand froid; Il la peſanteur du Mercure dans le grand froid étant à celle de l'Eſprit de vin comme 16 à 1, on aura pour ce cas du grand froid l'égalité *C*.

$$C \ldots x = \frac{16mtt + 31n\theta\theta + 16aac - 32aab - 16btt - 16ctt - 16aad}{31\theta\theta + aa}.$$

Mais, comme on a déja dit, les volumes mtt & $n\theta\theta$ devenant dans le grand chaud $mtt + \frac{1}{q}mtt$; $n\theta\theta + \frac{1}{r}n\theta\theta$; c'eſt-à-dire, ſuivant les expériences de M. Amontons, & de pluſieurs autres, $mtt + \frac{1}{115}mtt$, & $n\theta\theta + \frac{1}{27}n\theta\theta$. d devenant auſſi $d + \frac{1}{115}d$, & le rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Eſprit de vin étant alors celui de 33 à 2, on aura pour le cas du grand chaud l'égalité *D*.

$$D \ldots x = \overline{33mtt + \frac{33}{115}mtt + 64n\theta\theta + \frac{64}{27}n\theta\theta + 33aac - 66aab - 33btt - 33ctt - 33aad - \frac{33}{115}aad} \times \frac{1}{64\theta\theta + 2aa}.$$

Et multipliant le numérateur & le dénominateur de la fraction par 27 × 115



$= 3105$, il viendra l'égalité *E*.

$$E \ldots x = \overline{103356\,mtt + 206080\,n\theta\theta + 102465\,aac}$$
$$\overline{- 204930\,aab - 102465\,btt - 102465\,ctt}$$
$$\overline{- 103356\,aad} \times \frac{1}{19872\,0\theta\theta + 6210\,aa}.$$

Soient présentement les grandeurs désignées par les lettres qui restent, prises telles qu'on les voit ici:

$$\begin{cases} a = 12\,; \\ t = 1\,; \\ \theta = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,; \end{cases} \quad \begin{cases} b = 48 \text{ lign.} \\ c = 336 \text{ lign.} \\ d = 340 \text{ lign.} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 46. \\ m = 2908 + \tfrac{1}{2}. \\ n = 11664. \end{cases}$$

On aura $mtt = 2908$ lignes & demie de Mercure dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui donnent 242 pouces, 4 lignes & demie, quantité ordinaire. On aura aussi $n\theta\theta = 11664$ lignes, d'Esprit de vin dans un Tuyau d'un diametre $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ligne ou 5832 lignes dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui font 40 lignes & demie dans la Boîte inférieure, dont le diametre est supposé de 12 lignes. C'est la quantité d'Esprit de vin que M. Amontons prenoit pour détruire l'erreur du Barometre.

En substituant dans l'égalité *C* ces valeurs données, on trouvera $x = 0$, c'est-à-dire, que la hauteur de l'Esprit de vin dans le grand froid sera à niveau de la Boîte, ou de l'entrée dans le petit Tuyau.

Mais en substituant ces mêmes valeurs dans l'égalité *E* du grand chaud, on trouvera $x = 3$ lignes $+ \frac{22303}{4968000}$; c'est-à-dire, que dans le grand chaud, la hauteur de l'Esprit de vin dans le petit Tuyau, sera d'un peu plus de 3 lignes;

ce

ce qui ne donne pas une erreur de $\frac{1}{4}$ de ligne de Mercure.

PROBLEME III.

Toutes les grandeurs données dans le précédent, étant encore données dans celui-ci, excepté le volume de la liqueur; trouver ce volume requis pour que l'équilibre se conserve à la même hauteur dans le grand froid, & dans le grand chaud.

SOLUTION.

En mettant dans les égalités *A* & *B*, les valeurs données; on tirera deux valeurs de x en n par la supposition : ces deux valeurs étant égales, leur comparaison donnera la valeur de n; cette valeur étant mise dans l'une ou dans l'autre des deux égalités *A* & *B*, on en tirera la valeur de x.

Si l'on prend le même volume de Mercure qu'auparavant $=$ 2908 lignes & $\frac{1}{2}$, & que la liqueur soit encore de l'Esprit de vin, on trouvera $n\theta\theta$ qui en exprime le volume requis, $= 5848 + \frac{1}{2}\,\frac{8081497}{28733440}$, valeur qui donnera celle de $x = 6$ & un peu moins de $\frac{1}{18}$; c'est-à-dire, que le volume d'Esprit de vin que l'on demande, est de $5848 + \frac{1}{2} + \frac{8081497}{28733440}$, & que la hauteur d'Esprit de vin est hors de la Boîte de 6 lignes & un peu moins de $\frac{1}{18}$.

A présent si l'on vouloit trouver une valeur d'Esprit de vin qui donnât la même hauteur dans le grand froid & dans le grand chaud, en prenant x dans la Boîte, il faudroit

droit former deux nouvelles égalités. Pour cet effet, soit la surface superieure de l'Esprit de vin en (*Fig.* 2.) *NN*, & soit *VN* ou *EF* appellée *x*, on aura $CPPC = aab - n\theta\theta - aax$; $KOOK = aad - aac + aab - n\theta\theta - aax$ & $OAAO = \frac{f}{g} \times n\theta\theta$; d'où l'on tirera l'égalité *F* du grand froid.

$$F \ldots x = \frac{2gaab + gaad + gbtt + gctt + fn\theta\theta - 2gn\theta\theta - gmtt - gaac}{2gaq}.$$

Sur cette égalité on formera celle du grand chaud, & en faisant ensuite les substitutions, & toutes les opérations requises, on trouvera $n\theta\theta$ qui exprime le volume de l'Esprit de vin, = 5431 lignes $\frac{1}{2}$, & quelque chose de plus, valeur qui donnera celle de $x = 2$ lignes $\frac{3}{4}$ environ, c'est-à-dire, que le volume cherché d'Esprit de vin est de 5431 lign. $\frac{1}{2}$ & un peu plus dans un Tuyau d'une ligne de diametre, & que la hauteur de l'Esprit de vin est dans la Boîte au dessous de l'entrée du Tuyau *ER* 2 lign. $\frac{3}{4}$ environ.

PROBLEME IV.

Tout ce qui regarde les Boîtes, les Tuyaux & les Pesanteurs, étant encore donné, déterminer le volume du Mercure & celui de la liqueur nécessaire, pour que l'équilibre,

dans

dans le grand froid & dans le grand chaud, se fasse à une même hauteur donnée.

SOLUTION.

Nous supposons toûjours que la liqueur est de l'Esprit de vin. Les valeurs données étant substituées dans les égalités C & D, on n'aura d'inconnues que m & n. Prenant donc deux valeurs, ou de n, ou de m, c'est-à-dire, de l'inconnue qu'on voudra dégager la premiere, & cette valeur étant substituée dans l'une ou dans l'autre des deux égalités, donnera la valeur de l'autre inconnue.

Soit, par exemple, la hauteur donnée $= 0$; c'est-à-dire, si l'on veut que la surface supérieure de la liqueur soit à niveau de la surface supérieure de la Boîte, dans le grand froid & dans le grand chaud, on trouvera par les opérations prescrites, que le volume du Mercure doit être de 3913 lignes $+ \frac{15497}{23311}$, & celui de l'Esprit de vin, de $5151 + \frac{1}{2} + \frac{25}{63} + \frac{8470}{23311} \times 30$ environ 5152 lignes.

PROBLEME V.

Les deux Boîtes Q & T *ont un diametre égal, & ce diametre est à celui du Tuyau* E R : : a. b. *Il y a du Mercure dans les Boîtes & dans le Tuyau recourbé depuis* C C *jusqu'à* A A. *Le Mercure est soûtenu à la hauteur* D A, *au dessus du niveau, par le poids de l'Athmosphere, joint à celui de la liqueur contenue dans la Boîte* T, *& dans le Tuyau depuis* CC *jusqu'à* EF.* *On*

* Fig. 3.

On demande la hauteur R, *telle que la liqueur y étant en équilibre, la colomne de Mercure soûtenue par le poids seul de de l'Athmosphere, soit moindre qu'elle n'étoit de la quantité donnée* l.

Appellant DA, d; la hauteur CF donnée e, la pesanteur spécifique du Mercure g, & celle de la liqueur f soit $FR = x$, la liqueur ne peut monter dans le Tuyau, que le Mercure ne descende dans la Boîte Q, & ne monte par conséquent dans la Boîte T. Supposons qu'il soit descendu de A en I dans l'une, & monté de C en M dans l'autre, il est évident que la descente AI du Mercure dans la Boîte Q, ou la hauteur CM à laquelle il est monté dans la Boîte T, doit être à FR (x) en raison réciproque de AA^2 ou CC^2 (aa) à FF^2 (ee); on aura donc AI ou $CM = \frac{eex}{aa}$; on a $IM = AD - AI - DM$ ou $CM = d - \frac{2eex}{aa}$; on a aussi $FR - CM = x - \frac{eex}{aa}$.

Cela posé, la colomne IM n'étant plus petite que la colomne AD, que de la quantité $AI + CM$, c'est-à-dire de deux AI ou de deux CM $\left(\frac{2eex}{aa}\right)$ & n'étant pas diminuée de toute la quantité l, il s'ensuit que la hauteur $l - 2AI$ est soûtenue par $FR - CM$ $\left(x - \frac{eex}{aa}\right)$ ainsi on aura $g.f :: x - \frac{eex}{aa} . l -$

2

$\frac{2\theta\theta x}{aa}$; ce qui donne, en multipliant les moyens & les extrêmes $fx - \frac{f\theta\theta x}{aa} = gl - \frac{2g\theta\theta x}{aa}$ ou $aafx - f\theta\theta x + 2g\theta\theta x = aagl$, & $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta}$. Si l'on fait $aa = 288$, $\theta\theta = 1$, $g = 16$, $f = 1$, on aura $aagl = l \times 288 \times 16 = 4608 l$, & $aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta = 288 - 1 + 32 = 319$; donc $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta} = \frac{4608}{319} l = l \times \overline{14 + \frac{142}{319}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

On trouvera pour le grand chaud, en faisant $g = 33$ & $f = 2$, $x = l \times \overline{14 + \frac{563}{575}} = l \times \overline{15 - \frac{12}{575}}$.

Dans le chaud moyen où $g = 65$, & $f = 4$, il viendra $x = l \times \overline{14 + \frac{1162}{1633}}$.

Ainsi pour avoir dans le Barometre double dont il s'agit, la quantité de lignes de Mercure, dont le poids de l'Athmosphere est diminué ou augmenté, il n'y a qu'à multiplier la quantité des lignes de diminution ou d'augmentation que donne la liqueur par 319, & diviser le produit par 4608 dans le grand froid. Pour le grand chaud, il faut multiplier par 575, & diviser par 8623. Dans ce dernier cas on peut, sans aucune multiplication, diviser seulement par 15, l'erreur n'étant par ligne de

de Mercure que de $\frac{1}{48}$ de ligne d'Esprit de vin ; de sorte que si la différence entre la plus petite pesanteur & la plus grande n'étoit que de 24 lignes de Mercure, l'erreur totale ne seroit que d'une demi ligne d'Esprit de vin, ce qui ne donne que $\frac{1}{30}$ de ligne de Mercure. Pour le grand froid, on peut aussi sans aucune erreur sensible multiplier par 2 au lieu de 319, & diviser par 29 au lieu de 4608; l'erreur totale n'ira pas à deux lignes d'Esprit de vin, ce qui donne moins de $\frac{1}{7}$ de ligne de Mercure.



R E-

REMARQUES SUR LES POLYGONES REGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCIRITS.

Par M. DU FAY. †

THEOREME I.

* *La différence de deux Polygones semblables* (PFHZ *&* EGBT) *l'un inscrit & l'autre circonscrit au Cercle* (TBGE) *est égale à un Polygone semblable inscrit au Cercle* (KFRH) *dont le diametre* (FH) *est égal au côté du Polygone* (PH) *circonscrit, ou circonscrit au Cercle* (LN) *qui a pour diametre une ligne égale au côté* (EG) *du Polygone inscrit.*

ON inscrira & on circonscrira à un Cercle deux Polygones semblables, & on les disposera de façon, que les Angles de l'inscrit touchent le milieu des côtés du circonscrit. On tirera la ligne *AF* du centre qui partagera *EG* en deux également. Sur un des côtés *FH*, comme diametre, on décrira un Cercle, dans lequel on inscrira un Polygone semblable, dont on appliquera un des

† 6 Dec. 1727. * Fig. 1.

des côtés sur la ligne *AF*. Je dis que ce petit Polygone est égal à la différence du Polygone circonscrit au Polygone inscrit.

DEMONSTRATION.

La différence du Polygone inscrit au circonscrit étant égale à la somme des Triangles *EFG*, *GHB*, &c. & le petit Polygone qui doit être égal à cette différence, étant composé d'un pareil nombre de Triangles égaux à *KGF*, il s'agit seulement de prouver que *KGF* est égal à *GFE*. Le Triangle *GFL* leur est commun, *EL* est égal à *LG* par la construction, *KG* est égal à *EF*, puisque *KG* est un rayon du Cercle, & que *EF* est moitié de *PF*, ou de *FH*, diametre de ce même Cercle; les Angles *KLG* & *ELF* sont droits; donc le Triangle *ELF* est égal au Triangle *KLG*; donc le Polygone entier *FKMSR* est égal à la différence du Polygone inscrit au circonscrit.

On voit que ce Polygone qui exprime la différence, est égal à celui qui seroit circonscrit au Cercle, dont le diametre seroit un des côtés du Polygone inscrit; car chacun des Triangles qui le composent, a pour hauteur *GL*, qui est un rayon de ce Cercle, & moitié du côté du Polygone inscrit. On tire de cette seconde partie du Théoreme le Corollaire suivant, qui est une proposition déja connue, mais qui servira dans la suite.

COROLLAIRE I.

Les Cercles inſcrits & circonſcrits aux Polygones réguliers ſont entre eux comme les Polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits au Cercle, puiſqu'ils peuvent être regardés comme ayant pour diametres les côtés des Polygones alternativement inſcrits & circonſcrits au Cercle; ainſi le Cercle circonſcrit au Quarré, eſt au Cercle inſcrit, comme le Quarré circonſcrit au Cercle, eſt au Quarré inſcrit; & ainſi des autres.

COROLLAIRE II.

* Il ſuit de-là que ſi deux Cercles ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit à un Polygone régulier, le Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés de ce Polygone, ſera égal à la différence des deux Cercles, c'eſt-à-dire, à la couronne compriſe entre deux.

COROLLAIRE III.

Si au lieu de deux Cercles, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit, ce ſont des Polygones ſemblables entre eux, mais différens de celui du milieu, ils ſeront en même rapport que les Cercles, & ſeront auſſi renfermés dans la même propoſition générale : c'eſt-à-dire, que ſi deux Octogones ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit au Quarré, l'Octogone inſcrit au Cer-

* Fig. 2.

Cercle, qui aura pour diametre l'un des côtés du Quarré, sera égal à la différence des deux Octogone's, ou à l'espece d'Anneau angulaire * *ABCD*.

Il faut remarquer qu'alors les Polygones inscrits & circonscrits à un autre Polygone, sont entre eux en même rapport que le Polygone du milieu considéré comme inscrit au Cercle, seroit à un Polygone semblable circonscrit au même Cercle; car puisque les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones sont entre eux comme des Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, il est évident que les Polygones inscrits & circonscrits à un autre, sont aussi en même rapport, puisqu'ils peuvent être considérés comme inscrits à ces mêmes Cercles.

COROLLAIRE IV.

Dans les Polygones pairs, si l'on tire des lignes *AB*, *CD*; *AE*, *FD*, &c. par l'extrémité de tous les côtés paralleles *AC*, *BD*, *AF*, *ED*, &c. du Polygone inscrit, ces lignes formeront par leur intersection un Polygone semblable † (*HIKL*) égal à la différence, puisqu'il sera renfermé entre les mêmes paralleles que celui qui auroit pour hauteur l'un des côtés du Polygone inscrit qu'on a vû lui être égal par le Théoreme.

Dans les Polygones impairs, il faut tirer une perpendiculaire sur l'une des extrémités de chaque côté du Polygone inscrit, & ces lignes formeront de même un Polygone semblable & égal

* Fig. 3. † Fig. 4.

égal à la différence ; la démonstration est la même. On remarquera seulement, que comme dans le Triangle la différence est plus grande que le Triangle inscrit, ces lignes ne se rencontrent point au dedans de l'inscrit comme dans les autres Polygones, mais forment par leur prolongation des deux côtés, un Triangle plus grand que l'inscrit, & moindre que le circonscrit, comme on le voit *Fig.* 5.

Dans le Quarré les lignes tirées par l'extrémité des côtés paralleles du Quarré inscrit, reforment ce même Quarré, parce que le Quarré circonscrit est double de l'inscrit, & que par conséquent la différence est égale au Quarré inscrit.

COROLLAIRE V.

Dans les Polygones impairs, le Trapeze *BMNH* est égal au Triangle *GMN*, car on a vû que *GMS* est égal à *GBH*; or *GMN* est moitié de *GB H*, dont le Trapeze qui en est l'autre moitié, est égal à *GDH*. *

On peut aussi trouver dans les Polygones pairs un Trapeze semblable, si l'on dispose le Polygone qui exprime la différence, en sorte que le côté du circonscrit coupe deux de ses côtés à Angles droits.

On peut déduire du 3[e] Corollaire le Problême suivant.

PRO-

* Fig. 2.

PROBLEME.

Décrire deux Polygones ſemblables, qui ſoient en même rapport qu'un autre Polygone quelconque circonſcrit, à un ſemblable inſcrit, & dont la différence ſoit exprimée par un Polygone ſemblable au premier.

* Si l'on veut avoir deux Triangles (*ABC*, *DEF*) qui ſoient l'un à l'autre comme 4 à 3, ou comme l'Hexagone circonſcrit à l'Hexagone inſcrit; on inſcrira & circonſcrira à l'Hexagone deux Cercles, & à chacun de ces Cercles on inſcrira un Triangle; ces deux Triangles ſeront dans le rapport que l'on demande. Si on veut avoir un Triangle qui en exprime la différence, on l'inſcrira dans un Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés (*HB*) de l'Hexagone.

DEMONSTRATION.

On a vû par le premier Corollaire, que les Cercles inſcrits & circonſcrits à un Polygone, ſont entre eux comme ce Polygone inſcrit au Cercle, eſt au circonſcrit, & qu'alors le Cercle décrit ſur l'un des côtés de ce Polygone comme diametre eſt égal à la différence; il eſt évident qu'il en eſt de même des Polygones ſemblables qui ſont par la conſtruction inſcrits à ces mêmes Cercles.

Cette propoſition eſt vraye dans tous les cas; car

* Fig. 6.

car si le Polygone auquel les deux autres sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, est d'un moindre nombre de côtés, & que ce nombre soit une partie aliquote du nombre des côtés des deux autres, il n'y a nulle difficulté à les inscrire, ni à les circonscrire au Polygone du milieu, puisqu'alors pour circonscrire le Polygone du plus grand nombre de côtés à celui qui en a moins, il n'y a qu'à les circonscrire au même cercle; ainsi l'Hexagone circonscrit au Triangle, est circonscrit au même Cercle que le Triangle. Mais si le Polygone du milieu a un plus grand nombre de côtés, ou que l'un de ces nombres ne soit pas un multiple de l'autre, on ne pourra pas les inscrire régulierement : ils n'en seront cependant pas moins renfermés dans la proposition générale, car il faudra toûjours les inscrire aux Cercles qui seront, l'un inscrit & l'autre circonscrit à ce Polygone, & considérer alors le plus grand, comme s'il étoit effectivement circonscrit au Polygone du plus grand nombre de côtés, comme on le voit dans l'exemple que nous avons pris des deux Triangles, dont j'ai considéré le plus grand (*ABC*) comme circonscrit à l'Hexagone, parce qu'il est inscrit au Cercle qui est circonscrit à l'Hexagone.

Si l'on circonscrivoit réellement un Triangle à l'Hexagone, c'est-à-dire, au Cercle dans lequel l'Hexagone est inscrit, on auroit de nouveaux rapports qu'il est aisé de découvrir; ainsi dans cet exemple, le rapport du Triangle *KLM* au Triangle *DEF*, est composé du rapport du Triangle circonscrit à l'inscrit, & du rapport de l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit,

c'est-

c'eſt-à-dire, du rapport de 4 à 1 & de celui de 4 à 3, donc ils ſont entre eux comme 16 à 3, & ainſi des autres.

THEOREME II.

Soit un Polygone régulier inſcrit au Cercle, ſoient tirées des lignes du centre à tous les Angles, & ſur le milieu des côtés de ce Polygone; ſi l'on prend la moitié * (BC) *d'un des côtés du Polygone, que de ce point* C *on abaiſſe une perpendiculaire ſur la ligne* AD, *au point* D, *que de ce point on en abaiſſe une autre ſur la ligne* AE, *du point* E *une autre ſur la ligne* AF, *& ainſi de ſuite juſqu'à la derniere, qui ſera abaiſſée ſur la ligne* AB, *on aura une eſpece de Polygone ſpiral, dont le nombre des côtés ſera double plus un du nombre de ceux du Polygone régulier, & dont la valeur ſera exprimée par cette formule :*

$$ſ = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

DEMONSTRATION.

On peut conſidérer cette figure comme formée par autant de Polygones moins un qu'elle a de côtés, & chacun de ſes côtés comme étant moitié de celui de chacun de ces Polygones pris ſucceſſivement, en commençant par le plus grand, car la ligne *CD*, perpendiculaire à la ligne *AB*, eſt moitié du côté

* Fig. 7.

té d'un Polygone ſemblable inſcrit au premier, & ainſi des autres : par conſéquent le Triangle ABC eſt au Triangle ACD, comme le Polygone circonſcrit dont il fait partie eſt au Polygone inſcrit ; il eſt clair que le même rapport regne dans tous les autres Triangles, ainſi on aura une Progreſſion géométrique continue, dont le nombre des termes ſera égal à celui des Triangles, c'eſt-à-dire, à deux fois le nombre des côtés du Polygone régulier, & le rapport ſera celui du Polygone circonſcrit au Polygone inſcrit.

Soit le premier Triangle $=a$, le ſecond $=b$, le troiſieme ſera $\frac{bb}{a}$ le quatrieme $\frac{b^3}{aa}$, &c. & le Polygone ſpiral, ou la ſomme de tous les Triangles ſera égale à $a+b+\frac{bb}{a}+\frac{b^3}{aa}$, &c. Ainſi mettant n pour le nombre des côtés, & réduiſant les fractions à même dénomination, on aura

$$f=\frac{a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}bb+a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

On peut auſſi ſe ſervir de la formule ſuivante, dont le nombre des termes eſt fini.

$$f=\frac{a^n-b^n}{a^{n-1}-a^{n-2}b}.$$

DEMONSTRATION.

Le premier terme de la progreſſion étant a, le

le second b, le troisième $\frac{bb}{a}$, le dernier sera $\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des antécédens sera $s - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des conséquens sera $s - a$, donc on a cette proportion $s - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} . s - a :: a . b$. d'où l'on tire $bs - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} = sa - aa$, & ôtant la fraction : $a^{n-2} bs - b^{n-1} = sa^{n-1} - a^n$. faisant passer s dans un membre, $sa^{n-1} - a^{n-2} bs = a^n - b^n$, enfin dégageant s,

$$s = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2} b}.$$

COROLLAIRE I.

* Ayant décrit le Polygone spiral *ABFH*, &c. si l'on porte sur *AC* la longueur de la ligne *CB* au point *D*, sur *CB* la longueur de la ligne *CF* au point *E*, sur *CE* la longueur *CH* au point *G*, & ainsi de suite, & qu'on tire les côtés *DE*, *EG*, *GK*, &c. paralleles aux côtés correspondans du Polygone spiral, on en décrira un semblable, qui sera au premier, comme le Polygone régulier inscrit,

* Fig. 1.

ſcrit, que j'appellerai *Générateur*, eſt au Polygone ſemblable circonſcrit.

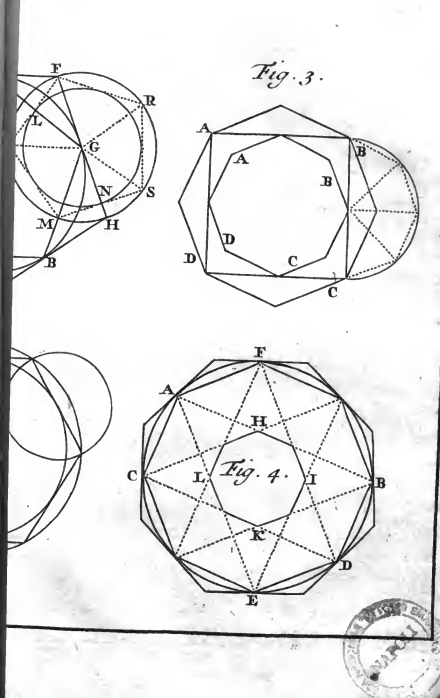
DEMONSTRATION.

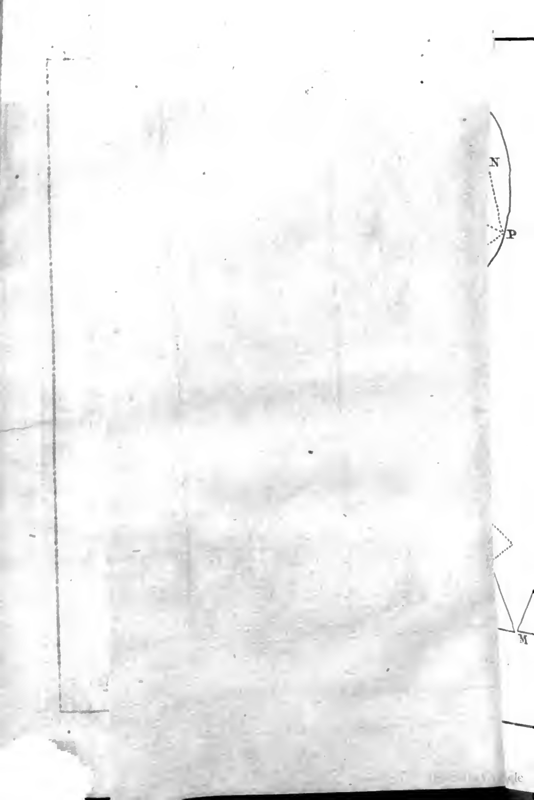
Le Polygone ſpiral intérieur eſt au Polygone ſpiral extérieur, comme le Triangle *CDE*, eſt au Triangle *CAB*; or le Triangle *CDE* eſt égal au Triangle *CBF*, puiſqu'ils ont chacun un Angle droit, & que par la conſtruction *CD* eſt égal à *CB*, & *CE* eſt égal à *CF*; il eſt évident que *CAB* eſt à *CBF*, comme le Polygone générateur circonſcrit, eſt au Polygone ſemblable inſcrit; donc *CDE* eſt à *CAB*, comme le Polygone régulier inſcrit eſt au circonſcrit; donc les Polygones ſpiraux ſont entre eux comme les Polygones générateurs, & le crochet *AD*, *BE*, *FG*, &c. en exprime la différence.

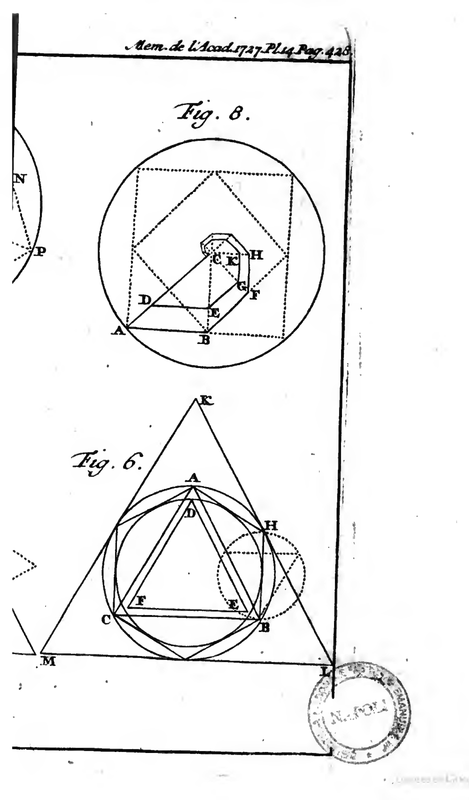
COROLLAIRE II.

Il ſuit de là, que dans les Polygones réguliers, dont le rapport du circonſcrit eſt exprimé par des nombres poſſibles, on aura la valeur du crochet: ainſi dans le Triangle, le crochet eſt quadruple du Polygone ſpiral intérieur; dans le Quarré, il lui eſt égal; dans l'Hexagone, il lui eſt comme 4 à 3, &c.

ME-


Fig. 3.
Fig. 4.
F
R
L
G
N
S
M
H
B
A
B
A
B
D
C
D
C
F
A
H
C
L
I
B
K
D
E


N
P
M


Fig. 8.
N
P
C
K
H
G
F
D
E
A
B
K
Fig. 6.
A
D
H
F
E
C
B
M
L

MEMOIRE

SUR

LES DENTS ET AUTRES OSSEMENS DE L'ELEPHANT, TROUVÉS DANS TERRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

C'EST une chose très-remarquable, que parmi cette grande variété de corps hétérogenes, qu'on trouve dans la terre, souvent à des profondeurs si considérables qu'il est absolument impossible qu'ils eussent pû s'y former & y croître, il y ait beaucoup moins de productions de la terre que de la mer. On observe même, que parmi celles qui ne peuvent qu'avoir été originaires de la terre, le nombre des Végétaux excede celui des Animaux terrestres & de leurs parties. Néanmoins l'Histoire des siécles les plus reculés, & les relations particulieres de divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous apprennent que de tout tems, & presque dans toutes les parties du monde, on a trouvé sous terre des Dents, des Ossemens, & même quelquefois des Squeletes entiers. Et il ne doit pas paroître surprenant,

que ceux qui étoient remarquables pour leur figure, & plus encore pour leur grandeur extraordinaire, ayent aussi par-là même mérité une attention plus particuliere. En Irlande, par exemple, on a trouvé sous terre le Bois, les Ossemens, & des Squeletes presque entiers d'une très grande espece de Cerf, qu'on prend communément pour le *Mouse Deer*, comme les Anglois l'appellent, Cerf d'une grandeur extraordinaire, & dont l'espece, à ce qu'on prétend, subsiste encore dans quelques parties du Continent de l'Amerique. Mais de tous les animaux terrestres, dont on trouve les os ou les dépouilles sous terre, je me bornerai dans ce Mémoire à l'Eléphant seul, & je me contenterai de parler des *Dentes exerti*, ou des Dents d'Yvoire, des Dents molaires, & d'autres Ossemens fossiles de cet animal.

Je commencerai par quelques morceaux assés curieux & singuliers, que j'ai dans mon propre Cabinet, & je passerai ensuite à ceux dont il est parlé dans divers Auteurs, qui sont venus à ma connoissance.

Nº. 116 (de mon Cabinet) est une Dent longue (*Dens exertus*,) ou Défense, pour me servir de ce terme, d'un Eléphant. Elle fut trouvée à douze pieds sous terre dans une Carriere de gravier au bout de *Graysinnlane*, au Nord-Ouest de la ville de Londres. M. Conyers, fameux Apothicaire, il y a environ quarante ans, & qui se plaisoit beaucoup à ramasser toutes sortes de curiosités, eut soin de la conserver, en attachant de petits rubans, & des buscs de Baleine autour de ce qui en étoit resté entier. Comme la plus grande partie étoit tombée en mor-

morceaux, on ne sauroit déterminer rien de précis par rapport à sa longueur. * La piece la plus remarquable, & aussi la plus entiere, a 5 pouces & $\frac{8}{10}$ de long, & 9 pouces $\frac{6}{10}$ de circonférence, ce qui donne un peu plus de 3 pouces de diametre. Cette piece forma la base de la Dent, je veux dire cette partie par laquelle la Dent est articulée dans la tête de l'Eléphant. Ceci est évident, par une cavité en forme de cone, qui se trouve communément dans la base des Dents d'Yvoire, & qui dans celle-ci est remplie du sable graveleux de la Carriere d'où elle fut tirée.

L'état où l'on trouva cette Dent, me donne occasion de faire les deux remarques suivantes.

En premier lieu, son extrême fragilité, la facilité avec laquelle elle tomboit en pieces presqu'au simple toucher, j'ajoûterai encore une qualité astringente lorsqu'on l'approche de la langue, montrent combien les vapeurs souterraines sont capables de calciner des substances de cette nature. Plusieurs autres exemples confirment cette observation. Le grand Squelete d'un prétendu Géant, qu'on trouva proche de *Drapani* en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux, nous a laissé une relation assés ample; ce remarquable Squelete éléphantin, qui fut tiré d'une Carriere proche de *Tonna* en Thuringe, & pour la description duquel nous sommes obligés au célébre M. *Tenzelius*; enfin deux autres Dents d'Eléphant, l'une longue, l'autre molaire, qui furent trouvées dans le Comté de Northampton, & dont je parlerai plus

* Fig. 1.

plus au long ci-après, avoient tous subi le même changement. Il ne s'ensuit pourtant pas delà, que toutes les Dents ou tout Yvoire, qu'on trouve fossiles, soient calcinés de cette maniere; il y en a au contraire qui ont acquis dans les entrailles de la terre une dureté suffisante pour prendre une fine *politure*. *Thomas Bartholin*, entre autres, parle d'une Dent fossile qui lui fut envoyée d'Islande, & qui se trouva tout-à-fait changée en caillou.

Elle peut servir, en second lieu, pour montrer que la structure de ces sortes de Dents, & conséquemment de l'Yvoire en général, est une composition de différentes couches, lames ou membranes qui s'enveloppent entre elles, & sont arrangées les unes sur les autres, à peu près comme les peaux d'un Oignon, ou les cercles annuels qu'on observe dans les troncs des Arbres, en les coupant horizontalement. * En effet, ces différentes couches paroissent visiblement dans la plus grande piece de la Dent en question; cette piece, comme j'ai remarqué ci-dessus, formoit la base de la Dent, & on y peut compter jusqu'à neuf couches, dont quelques-unes ont plus d'une ligne d'épaisseur. † Vers le bout de la Dent, où elle se termine en pointe, ces différentes couches aussi se réunissoient dans trois ou quatre principales, & d'une épaisseur assés considérable. Avec un peu de soin, toutes ces couches pourroient se diviser dans un nombre beaucoup plus grand de couches plus minces, dont quelques-unes ne passeroient pas peut-être l'épaisseur du parchemin.

* Fig. 1. † Fig. 2.

min. D'ailleurs, la maniere même dont cette Dent tomba en pieces, est une preuve assés évidente de sa structure, les morceaux étant concaves par dedans, & convexes par dehors, mais de telle maniere, que les arcs de convexité & de concavité sont de véritables fragmens des cercles concentriques que ces couches formoient lorsqu'elles étoient entieres. Le savant *Thomas Bartholin* nous apprend dans son Traité *de la Licorne* [a], qu'une partie de la Licorne fossile ayant été calcinée par ordre de *Chrétien IV*, Roi de Dannemarck, on la trouva pareillement composée de couches fort minces, qui se couvroient l'une l'autre. Il conclut de-là, avec beaucoup de raison, que la Licorne n'étoit pas, comme on prétendoit, la Corne d'un Animal, mais bien la Dent; & peu de tems après il eut une excellente occasion de vérifier cette conjecture, quand *Thorlacus Scutonius*, Evêque d'Islande, envoya au fameux *Vormius* la Tête d'une espece singuliere de Baleine des Mers du Nord, appellée *Narvhal*, où une de ces Dents, qui ressembloit si bien à la Licorne fossile qu'on ne pouvoit douter que l'une & l'autre ne fussent la même chose, étoit actuellement jointe au Crâne. Cependant on ne sauroit regarder cette structure comme un effet de la calcination, soit par les vapeurs soûterraines, soit par une opération chimique: une coupe horizontale d'une Dent d'Eléphant (No. 1181 de mon Cabinet) montre qu'elle est naturelle à l'Yvoire; mais cela paroît encore plus évi-

a *De Unicornu observationes novæ*, p. 102.

évidemment par une autre piece (marquée 731) où ces couches, par quelque maladie particuliere, se trouvent actuellement séparées les unes des autres, & ressemblent à des feuilles de parchemin, tandis que l'autre bout de la même piece est un morceau d'Yvoire uni & sain. Les Dents d'un jeune Eléphant, qui mourut dans ce Païs-ci il y a quelque tems, prouvent la même chose; la couche extérieure, qui étoit un peu humide, s'étant cassée en divers endroits, à mesure que les Dents se séchoient, & s'étant ensuite détachée vers le bout.

* N°. 750 (de mon Cabinet) est partie d'une autre Dent d'Eléphant; elle me fut envoyée du Comté de Northampton, par le Révérend M. *Morton*, qui dans son Histoire naturelle de ce Comté † en donne la description suivante: „ En creusant, dit-il, il y a „ quelque tems, dans *Bowdon parva* champ, „ on trouva une Dent d'Eléphant fort extra- „ ordinaire; c'étoit une de celles qui sortent „ de la Mâchoire supérieure de cet animal, „ & qui, à cause de leur grandeur & de leur „ longueur, ont été prises par quelques Ecri- „ vains pour des Cornes. Il y avoit jusqu'à „ sa couleur naturelle, qui s'étoit conservée „ en quelque maniere: mais elle étoit deve- „ nue fort fragile, pour avoir été long-tems „ sous terre; des ouvriers, en la tirant de- „ hors, l'avoient cassée en trois ou quatre „ morceaux, dont deux des plus grands,

„ ayant

* Fig. 5.

† *Natural history of Northampton-shire*, p. 252.

„ ayant été heureusement venus entre les
„ mains de M. *Haldford*, il eut la bonté de
„ m'en faire présent. Le plus grand de ces
„ morceaux avoit un peu plus d'une aulne
„ d'Angleterre de long, & le plus petit à
„ peu près deux pieds. A en juger par ce
„ qui étoit resté, la Dent entiere ne pouvoit
„ pas avoir eu moins de six pieds de longueur.
„ La partie la plus épaisse du plus grand mor-
„ ceau dans ma possession avoit seize pouces
„ de tour. On trouva la Dent à plus de cinq
„ pieds sous terre, & les *strata*, ou couches,
„ depuis la surface de la terre jusqu'à l'en-
„ droit où elle fut trouvée, étoient disposés
„ de la maniere suivante. 1. Treize ou qua-
„ torze pouces de terre noire labourable.
„ 2. Un pied & demi de terre grasse. 3. Deux
„ pieds & demi de grands cailloux avec un
„ petit mêlange de terre. 4. Argile bleuâtre,
„ dans la partie supérieure de laquelle la Dent
„ fut trouvée ". Jusques-là la description de
de M. *Morton*. J'ajoûterai seulement, que le morceau qui est entre mes mains, a des marques fort visibles, non seulement de la calcination que la Dent avoit subie sous terre, mais encore de sa structure S. S. S. ou par couches, telle que je l'ai décrite ci-dessus.

* N°. 1185, est le *Dens exertus*, Dent longue, ou Dent d'Yvoire d'un Eléphant, remarquable pour sa grandeur, & pour s'être si bien conservée. Elle fut trouvée sous terre en Sibérie. M. *Bell*, habile Chirurgien, l'apporta de de-là, & me la donna. Il l'avoit eue en

* Fig. 6.

en present de la femme du Gouverneur Général de la Siberie, qu'il avoit guerie en passant par le païs avec la Caravane qui alloit de Moscou à la Chine. Elle est fort entiere, d'une couleur approchante du brun, & on y remarque fort distinctement la cavité en forme de Cone, qui se trouve ordinairement à la base de ces sortes de Dents, comme aussi à celle de la Licorne. D'ailleurs, on n'a qu'à la regarder, pour être convaincu que c'est une Dent d'Eléphant. Par dehors, depuis la base *B* par *c* jusqu'au bout *E*, elle a 5 pieds 7 pouces de long, & 4 pieds 10 pouces par dedans en *AdE*. Le bord intérieur de la base *A* est éloigné de l'extrémité *E* de 3 pieds 10 pouces & ½ en ligne droite. Tout proche de la base, dans l'endroit le plus épais, elle a 1 pied 6 pouces de circonférence, & 6 pouces de diametre. Elle pese 42 livres, poids d'Angleterre, à 16 onces la livre.

On trouve beaucoup de ces Dents, & d'autres ossemens de ce même animal, c'est-à-dire de l'Eléphant, en divers endroits de la Sibérie; & il se fait même un assés gros commerce avec les Dents qu'on vend pour de l'Yvoire par toute la Russie. *Henri Guillaume Ludolf* dans l'Appendice à sa Grammaire Russienne, imprimée à Oxford, en fait mention * parmi les Minéraux de la Russie, sous le nom de *Mammotoroikost*, & il rapporte que, selon l'opinion de la plûpart des Russiens, ce sont les Dents & les ossemens d'un Animal qui

* *Pag.* 92.

qui vit sous terre, & qui surpasse de beaucoup en grandeur tous ceux qui vivent sur terre. Les Médecins s'en servent au lieu de la Licorne, & dans les mêmes maladies; & M. *Ludolf* ayant eu une piece en présent d'un de ses amis, qui disoit l'avoir reçûe d'un Russien, homme de qualité, retourné depuis peu de la Sibérie, il trouva que c'étoit du véritable Yvoire: il ajoûte pourtant que ceux parmi les Russiens, qui ont plus de sens, soûtiennent que ce sont des Dents d'Eléphant, apportées dans ce païs, & laissées là par les eaux du tems du Déluge Universel.

Everardt Isbrants Ides, que le feu Czar envoya en Ambassade à la Cour de la Chine, donne une description si ample & si circonstanciée de ces Dents, & d'autres ossemens fossiles de cet animal qu'on trouve en Sibérie, que j'ai cru devoir la transcrire toute entiere, telle qu'elle se trouve dans la Relation de son Voyage de Moscou à la Chine *: „ C'est „ dans les Montagnes, dit-il, qui sont au „ Nord-Est de cette Riviere, la *Keta*, qui „ arrose *Makofskoi*, & va ensuite se perdre dans „ l'*Oby*, qu'on trouve les Dents & les os des „ *Mammuts*. On en trouve aussi sur les rivages du Fleuve *Jenizea*, des Rivieres de „ *Trugan*, *Mangasea*, *Lena*, aux environs de „ la ville de *Jakutskoy*, & jusqu'à la Mer Glaciale. Toutes ces Rivieres passent au travers des Montagnes dont nous venons de „ parler; & dans le tems du dégel elles ont „ un cours de glace si impétueux, qu'elles „ ar-

* *Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 48.*

„ arrachent les Montagnes, & roulent avec „ leurs eaux des pieces de terre d'une grosseur prodigieuse, ce qui découvre au milieu „ de ces Montagnes les Dents de *Mammuts*, „ & quelquefois des *Mammuts* tout entiers. „ Un Voyageur, qui venoit avec moi à la „ Chine, & qui alloit tous les ans à la recher„ che des Dents de *Mammuts*, m'assûra qu'il „ avoit trouvé une fois dans une piece de ter„ re gelée la Tête entiere d'un de ces ani„ maux, dont la chair étoit corrompue; que „ les Dents sortoient hors du museau, droi„ tes comme celles d'un Eléphant, & que „ lui & ses compagnons eurent beaucoup de „ peine à les arracher, aussi bien que quel„ ques os de la tête, & entre autres celui „ du côu, lequel étoit encore comme teint „ de sang; qu'enfin ayant cherché plus avant „ dans la même piece, il y trouva un pied „ gelé d'une grosseur monstrueuse, qu'il por„ ta à la ville *Trugan*: ce pied avoit, à ce que „ ce Voyageur me dit, autant de circonfé„ rence qu'un homme d'une taille médiocre „ au milieu du corps. Les gens du païs, *con„ tinue M. Ides*, ont diverses opinions au su„ jet de ces Animaux. Les Idolâtres, com„ me les *Jakutes*, les *Tungutes*, & les *Ostia„ kes*, disent que les *Mammuts* à cause du „ grand froid, se tiennent dans des soûter„ rains fort spacieux, dont ils ne sortent ja„ mais, qu'ils peuvent aller çà & là dans ces „ soûterrains; mais que lorsqu'ils passent dans „ un lieu, le dessus de la caverne s'éleve, „ & s'abîmant ensuite, forme dans cet en„ droit un précipice profond, ainsi que ces

„ Sau-

„ Sauvages assûrent l'avoir vû souvent. Ils „ sont aussi persuadés qu'un *Mammut* meurt „ aussi-tôt qu'il voit ou qu'il respire l'air du „ jour, & ils soûtiennent que c'est ainsi que „ périssent ceux qu'on trouve morts sur les „ rivages des Rivieres voisines de leurs soû-„ terrains, où ces animaux s'avancent quel-„ quefois inconsidérément. Telles sont les „ fictions de ce peuple, qui au reste n'a ja-„ mais vû de *Mammuts*. Les vieux Russes de „ Sibérie disent & croyent que les *Mammuts* „ ne sont autre chose que des Eléphans, „ quoique les Dents qu'on trouve, soient un „ peu plus recourbées, & un peu plus ser-„ rées dans la mâchoire, que celles de ces „ derniers animaux. Voici quels sont là-„ dessus leurs raisonnemens: Avant le Dé-„ luge, disent-ils, leur païs étoit fort chaud; „ il y avoit quantité d'Eléphans, lesquels „ ayant été noyés comme toutes les autres „ créatures, floterent sur les eaux jusqu'à „ l'écoulement, s'enterrerent ensuite dans „ le limon. Le climat étant devenu froid „ après cette grande révolution, le limon „ gela, & avec lui les corps d'Eléphans, „ lesquels se conservent ainsi sans corruption „ jusqu'à ce que le dégel les découvre. Cet-„ te opinion n'a rien d'absurde, si l'on en ex-„ cepte le changement du climat, puisqu'il „ peut fort bien être arrivé que les eaux du „ Déluge qui couvroient tout l'Univers, „ ayent transporté dans ce païs des corps „ d'Eléphans, qui s'y sont ensuite congelés „ avec la terre. Quoi qu'il en soit, il est cer-

„ tain

„ tain qu'on trouve en Eté des Dents de *Mammuts*, dans les endroits que j'ai nommés. „ Il y en a qui font noires & caffées, vraisemblablement pour avoir refté fur les rivages expofées à l'air pendant tout l'Eté: „ celle-ci ne fervent à aucun ufage; mais les „ belles valent autant que l'Yvoire, & on les „ transforte en Mofcovie, où l'on en fait „ des peignes, & d'autres ouvrages fort eftimés. Le Voyageur dont j'ai parlé plus „ haut, me dit qu'il avoit autrefois trouvé „ dans une tête, deux Dents pefant enfemble 12 livres de Ruffie, qui font environ „ 400 livres d'Allemagne. Le *Mammut* à qui „ ces Dents ont appartenu, devoit avoir été „ d'une groffeur extraordinaire; car les Dents „ qu'on trouve communément font beaucoup moindres que celles dont nous venons de parler. Au refte, de toutes les perfonnes à qui je parlai des *Mammuts*, aucune ne put m'affûrer d'en avoir vû en vie, „ ni m'apprendre de quelle figure ils font „ faits. ". Jufqu'ici c'eft la defcription de M. *Ides*. Je n'ai qu'une remarque à faire là-deffus, qui eft que ce qu'il rapporte des Dents noires & caffées, pourroit fervir de Commentaire fur le paffage fuivant de Pline: * *Theophraftus autor eft, & Ebur foffile candido & nigro colore inveniri, & offa è terrâ nafci, invenirique lapides offeos.*

Laurence Lang, dans le Journal de fon voyage à la Chine, où il fut envoyé par le feu Czar dans l'année 1715, fait pareillement men-

* *Hift. Nat. lib.* 36. c. 18.

mention de ces os *, & dit qu'on les trouve aux environs de la Riviere *Jenisei* & proche de *Mangasea*, le long des rivages & dans les creux que laissent dans les montagnes des grands morceaux de terre, que le cours impétueux des Rivieres emporte dans le tems du dégel. Il les appelle *os de Maman*, & rapporte deux autres opinions des habitans du païs là-dessus. Les uns prétendent, à ce qu'il dit, que ce ne sont pas des véritables Dents, ou os, mais bien une espece de Corne fossile qui a cru dans la terre: d'autres au contraire soûtiennent que ce sont les os du *Behemoth*, & que la description que Job nous a laissée de cet animal dans le quarantieme chapitre, s'accorde parfaitement bien avec leur *Maman*, & que sur-tout un prétendu passage, où il est dit *que le* Behemoth *est attrapé par ses propres yeux*, a beaucoup de rapport à la tradition commune des habitans idolâtres de la Sibérie, que le *Maman* ou *Mammut* meurt aussi-tôt qu'il voit la lumiere du jour. M. *Lang* ajoûte sur le rapport, à ce qu'il dit, de gens dignes de foi, qu'on a trouvé quelquefois de ces Dents, des os de la Mâchoire & des Côtes, où il y avoit encore du sang & de la chair toute fraiche. *Jean Bernard Muller*, dans sa Relation des mœurs & des usages des *Ostiakes* †, confirme cette observation, & nous assûre posi-
„ tivement qu'on a remarqué que ces Cor-
„ nes (comme il les appelle) étoient san-
„ glan-

* *Etat present de la Russie, vol. 2. p. 14. de l'Edition Angloise.*

† *Ibid. p. 52. &c. Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 284.*

„ glantes, lorſqu'on les caſſoit à la racine „ où elles ſont creuſes, & que cette cavité „ étoit remplie d'une matiere ſemblable à du „ ſang caillé ". Le même Auteur, entre autres particularités, rapporte qu'on a ſouvent trouvé avec des Cornes, des Crânes, & des Mâchoires avec les Dents mâchelieres, qui y tenoient encore, le tout d'une prodigieuſe grandeur; qu'il en a vû lui-même avec ſes amis, & qu'il en a trouvé une qui peſoit 20 ou 24 livres & davantage. Il donne auſſi la deſcription de ce *Maman*, ſur le rapport de pluſieurs perſonnes qui l'aſſûroient qu'elles avoient vû de ces animaux dans les cavernes de hautes montagnes au-delà de *Bereſowa*. Mais comme cette deſcription paroît fort fabuleuſe, & que d'ailleurs l'Auteur lui-même n'a pas crû devoir y ajoûter foi, je n'ai pas jugé à propos de l'inſerer ici. Au reſte il nomme *Iakatskoy*, *Bereſowa*, *Mangaſea* & *Obder*, & en général les parties les plus froides de la Sibérie, parmi les endroits où l'on trouve de ces os de *Maman*, dont les gens du païs font diverſes ſortes d'ouvrages.

L'Auteur de l'Etat préſent de la Ruſſie * remarque que quelques-uns des priſonniers Suédois que le Czar avoit exilés en Sibérie, gagnoient leur vie dans ce païs-là, en faiſant des tabatieres, & d'autres petits ouvrages en yvoire, de ces mêmes Dents; & dans un autre endroit † il en fait mention parmi les marchan-

* *Vol.* 1. *p.* 12. *de l'Edition Angloiſe.*
† *Pag.* 78.

chandises de la Sibérie, dont le Czar s'étoit reservé le monopole.

La plûpart des observations que je viens de rapporter sur les os & les Dents du Mamout (au moins les plus essentielles) se confirment par une Lettre de *Basile Tatischou*, Directeur général des Mines de Sibérie, & Conseiller de Sa Majesté Czarienne au Conseil Métallique, écrite au célebre *Elrick Benzelius*, à présent Evêque de Gotheburg, & imprimée dans les *Acta Litteraria Sueciæ* *, où il fait mention des pieces suivantes, qu'il avoit eues dans sa propre possession: Une grande Corne, comme il l'appelle, qui pesoit 183 livres, & qu'on garde à present à Petersburg dans le Cabinet de Curiosités de Sa Majesté Czarienne, à laquelle il avoit eu l'honneur de la présenter: Une autre grande Corne qu'il avoit présenté à l'Académie Imperiale de Petersburg: Une autre Corne beaucoup plus grande qu'aucune des deux précédentes, & dont l'yvoire étoit d'un fort bon grain & d'une belle blancheur; il avoit fait couper celle-ci en morceaux & l'avoit travaillée lui-même: Une partie du Crâne de l'animal gâtée par le tems, mais qui lui paroissoit être de la grandeur de la tête d'un grand Eléphant; l'os du Crâne étoit fort épais, & avoit une petite excrescence à chaque côté, à l'endroit d'où les Cornes sortent ordinairement; excrescence pourtant qui ne paroissoit pas assés considérable à l'Auteur pour oser affirmer qu'il y eût jamais eu des Cornes attachées; la cavité

* 1725. *Trimestre second*, p. 36.

vité qui contenoit la cervelle étoit fort petite à proportion de la grandeur de la tête; il avoit trouvé en outre un os spongieux, long d'un pied & demi, large de trois pouces, & attaché à une partie du Crâne; la figure de cet os étoit telle, que M. *Tatischou* jugea qu'il avoit servi de base à une des Cornes, ce qu'on observe aussi dans d'autres animaux qui portent des Cornes: Enfin une Dent molaire longue de dix pouces, large de six. L'Auteur passe sous silence plusieurs des Côtes, les os de la Cuisse, les os de la Jambe, & quelques autres os qu'il avoit trouvés de tems en tems. Quant aux cavités que, selon le rapport des habitans Payens de la Sibérie, ces animaux font en se promenant sous terre, M. *Tatischou* prit beaucoup de soin de s'en informer, & il trouva que c'étoient des cavernes formées par des torrens, & des cataractes soûterraines qui rongeoient tellement les endroits par où ils passent, qu'enfin le terroir qui est par-dessus s'enfonce. Voilà ce que j'ai trouvé de remarquable dans la Lettre de M. *Tatischou*. Je ne puis m'empêcher d'ajoûter, que quoique l'Auteur aye laissé la question sur l'origine de ces os indécise, ses observations ne laissent pas de confirmer l'opinion de ceux qui croyent que ce sont des os des Eléphans noyés dans un Déluge universel, & que ce qu'il appelle des Cornes sont des Dents d'yvoire. On peut esperer que cette matiere s'éclaircira encore davantage, après les ordres qu'il a plû à feu Sa Majesté Czarienne de donner au Gouverneur-général de la Sibérie, de n'épargner ni soin, ni dé-

dépense pour trouver un Squelete entier de ce Mamout, & pour l'envoyer à M. *Tatischou*.

J'ajoûterai encore, avant que de passer outre, une observation de Corneille le Brun, tirée de ses voyages par la Russie aux Indes Orientales, où il nous informe qu'on avoit trouvé aux environs de *Veronitz* plusieurs Dents d'Eléphant presque sur la surface de la terre. On étoit en suspens de quelle maniere elles pouvoient être venues là; mais le Czar conjectura qu'Alexandre le Grand après avoir passé le *Tanais* ou *Don*, s'étoit avancé jusqu'à *Kostinka*, petite ville à huit werstes de Veronitz, ce devoient être probablement les Dents de quelques-uns de ses Eléphans qui avoient péri là: en quoi personne ne s'avisa de le contredire.

N°. 764 de mon Cabinet, est une des Dents molaires d'un Eléphant. Elle fut trouvée pareillement dans le Comté de Northampton, & elle a été si bien décrite par le Reverend M. *Morton* dans son Histoire naturelle de ce Comté, que je ne saurois mieux faire que de traduire sa description. „ Au Nord, dit-il *, „ c'est-à-dire, au Nord de l'endroit où l'on „ avoit trouvé la Dent d'yvoire, dont nous „ avons parlé ci-dessus) à 50 verges ou en„ viron, on trouva aussi une Dent molaire „ d'un Eléphant, peut-être du même à qui „ la Dent d'yvoire avoit appartenu. Toute „ la Dent, au moins toutes les pieces que „ j'en pouvois trouver, (car on l'avoit cassé „ en

* *Natural Hist. of Northamptonshire, c. 3. S. 135. p. 252.*

„ en trois ou quatre morceaux en la tirant
„ dehors,) étant mises ensemble de la ma-
„ niere qu'elles devoient l'avoir été naturel-
„ lement, faisoient un composé de treize ou
„ quatorze lames paralleles, chacune des-
„ quelles égaloit la Dent en longueur & pres-
„ que aussi en épaisseur. Ces lames ne sont
„ pas si visibles dans les Dents naturelles,
„ entieres & saines d'un Eléphant en vie, é-
„ tant alors couvertes d'une espece de crou-
„ te blanche & osseuse, qui s'étoit presque
„ entierement consumée dans cette Dent fos-
„ sile, en sorte que les lames dont elle étoit
„ composée devenoient par-là plus exposées
„ à la vûe. Elle n'étoit pas pourtant d'une
„ égale longueur ou hauteur, mais proche
„ du milieu où elle étoit plus longue que
„ vers les deux extrémités, elle avoit exacte-
„ ment sept pouces depuis la base jusqu'à la
„ racine. Dans l'endroit le plus épais de la
„ racine, qui étoit aussi proche du milieu,
„ elle avoit près de trois pouces d'épaisseur;
„ sa largeur d'une extrémité à l'autre, étoit
„ d'un peu plus de huit pouces, & c'est cet-
„ te largeur qui renferme tout le rang des
„ lames. Au restes ces lames ne sont pas
„ immédiatement contiguës, mais il y a une
„ autre lame plus mince, d'une couleur plus
„ blanche, & d'une contexture moins com-
„ pacte, entre deux. Trois ou quatre des la-
„ mes, principalement de celles qui sont à
„ une extrémité de la Dent, sont comme
„ ondées en haut; celles-ci sont presque aussi
„ larges au haut qu'en bas vers la racine de
„ la Dent, où elles sont fort émoussées. Les

„ au-

„ autres se terminent insensiblement en pointe, & deviennent plus petites à mesure qu'elles s'approchent de l'autre extrémité: celles-ci sont aussi un peu recourbées les unes sur les autres. Chacune de ces lames se divise vers le haut comme dans une des Dents plus petites, & c'est par-là qu'elles se terminent de côté-là. La Dent que nous venons de décrire, fut trouvée à la profondeur de douze pieds. Les couches depuis la surface jusqu'à l'endroit où l'on la trouva, étoient disposées de la maniere suivante. 1. Seize pouces de terre grasse noirâtre. 2. Cinq pieds de terre sablonneuse avec un mêlange de cailloux. 3. Un pied de sable noir avec un mêlange de petites pierres blanches. 4. Espece de gravier mince & plus sablonneux, un pied. 5. Gravier meilleur, deux pieds. C'est dans cette couche de gravier que l'on trouva la Dent à la profondeur d'un pied & demi. Plus bas il y avoit une terre bleue". Ici finit la description de M. *Morton.* On n'a qu'à regarder cette Dent, pour être convaincu du changement qu'elle a subi dans la terre, & qui l'a réduite au même état que nous avons remarqué ci-dessus dans la Dent d'Yvoire qui fut trouvée pas loin de de-là dans *Browdon parva* champ.

N°. 119, 120, sont deux fragmens d'une grande Dent molaire, qui paroît aussi avoir appartenu à un Eléphant. Ces deux morceaux sont tout-à-fait changés en caillou fort dur.

N°. 121, est une partie d'une Dent mo-

laire d'un Eléphant, remarquable pour ses lames ondées, qui se serrent de fort près.

N°. 122, est une autre partie d'une Dent molaire, différente un peu des Dents molaires de l'Eléphant. L'une & l'autre ont des marques fort évidentes d'avoir été tirées de la terre; & celle-ci a cela de particulier, qu'une matiere pierreuse s'étoit engagée entre les lames, ce qui les a un peu séparées l'une de l'autre.

N°. 427 de mon Cabinet, des Quadrupedes & de leurs parties, est une piece du Crâne d'un Eléphant, qui fut trouvé à Glocester quelque tems après l'an 1630. On avoit trouvé quelques Dents au même endroit, dont les unes avoient cinq, les autres sept pouces de circonférence, à ce qui paroît par une courte inscription sur cette même piece.

Je viens à la seconde partie de ce Mémoire, où je me propose de faire quelques remarques sur les Relations que divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous ont laissé de grandes Dents & autres grands ossemens trouvés sous terre presque dans toutes les parties du Monde, ce qui me donnera occasion d'examiner un peu les Squeletes, ou parties des Squeletes qu'on montre par-ci par-là pour des monumens indubitables de l'existence de prétendus Géans.

On peut bien conjecturer en général, que la plûpart de ces Dents ou os de prétendus Géans, ne sont en effet que les Dents & les os des Eléphans, des Baleines, de l'Hippopotame, ou de quelque autre bête, quand d'ailleurs leur description ne seroit pas assés éten-

étendue pour faire voir précisément à quel animal elles avoient appartenu. C'est un grand préjugé en faveur de cette conjecture, qu'il y a de ces os & de ces Dents, qui après avoir passé long-tems pour des os & des Dents de Géans, ont été à la fin, après un examen plus circonspect, reconnues pour des Dents & os des Eléphans ou de Baleines. J'aurai occasion d'en donner des exemples. Il n'y a pas long-tems qu'on montra les os de la Nageoire du devant d'une Baleine, pour le Squelete de la Main d'un Géant. J'ai dans mon propre Cabinet (N°. 1027 de la collection des Animaux & de leurs parties).* la Vertebre d'une grande Baleine, qu'on m'apporta du Comté d'Oxford, où elle fut trouvée dans une Carriere, & avoit servi pendant quelque tems d'escabeau au possesseur. Il est très-certain que si l'on avoit fait passer cette Vertebre pour la Vertebre d'un Homme, & si l'on s'étoit servi de la proportion qu'elle a aux Vertebres & à d'autres parties du Squelete humain pour le fondement d'un calcul, pour déterminer la grandeur du Squelete entier, on auroit trouvé un beaucoup plus grand que n'étoit peut être aucun de ceux dont il est parlé dans l'Histoire. Je ne saurois m'empêcher de remarquer ici, que ce seroit un objet fort digne de l'attention des habiles Anatomistes, que de faire une espece d'Anatomie comparative des os; je veux dire, d'observer avec un peu plus d'exactitude qu'on n'a fait jusqu'ici, quel rappôrt ont entre eux les Sque-

* Fig. 7.

Squeletes & les diverses parties des Squeletes de l'Homme & des Animaux, soit par rapport à leur grandeur, ou à leur figure, ou à leur structure, ou enfin à toute autre qualité. Cela nous meneroit certainement à un grand nombre de belles découvertes, & c'est d'ailleurs une de ces choses qui paroissent encore manquer à la perfection où l'on a porté l'Anatomie de nos jours. La même Vertebre, dont nous venons de parler, me fournit une preuve de l'utilité qu'on pourroit tirer de ces sortes d'observations. Elle différe en bien des choses des Vertebres de l'Homme & des Animaux terrestres, comme sont les Vertebres de Baleines & de Poissons Cétacées en général; & pour peu qu'on y fasse d'attention, on pourra aisément les distinguer les unes des autres. Le corps de la Vertebre est fort considérable, & beaucoup plus grand à proportion. Les *Processus* ou Apophyses transversales sortent du milieu du corps à chaque côté, à une distance considérable des autres. Les Apophyses obliques descendantes y manquent entierement. Le trou par où passe la moëlle est formé par les Apophyses obliques ascendantes & l'Apophyse épineuse; & comme dans l'Homme ce trou est presque au milieu de la Vertebre, il est ici comme à une des extrémités. Le devant du corps de la Vertebre est fort raboteux, rempli de creux & des éminences qui répondent ou reçoivent les creux & les éminences d'un os rond, ensorte qu'il y a deux os ronds placés entre chaque Vertebre, qui sont articulés entre eux-mêmes par le moyen d'un cartilage fort, &

assés

assés épais, & cela vrai-semblablement pour faciliter le mouvement de ces animaux, & particulierement la flexion.

Mais pour revenir de cette petite digression; il y a plusieurs Squeletes qui furent trouvés sous terre dans diverses parties du Monde, & dont il est parlé dans les Auteurs qui nous en ont laissé quelque Relation, comme des Squeletes des Géans, & des preuves de leur existence, que je soupçonnerois plutôt, comme je viens de remarquer ci dessus, avoir été les Squeletes des Eléphans, de Baleines, ou de quelque autre grande bête marine ou terrestre. Il me paroît que les Squeletes suivans sont de ce nombre: Les Squeletes de Géans de 12, de 20 & 30 *cubiti* de hauteur, dont il est parlé dans Philostrate *: Le Squelete haut de 46 *cubiti*, qu'on trouva, selon Pline †, dan la Caverne d'une Montagne en Crete, lorsqu'elle fut renversée par un tremblement de terre: Le Squelete de 60 *cubiti* de hauteur, dont parle Strabon dans sa Géographie ‡, qui fut trouvé aux environs de *Tingis* (aujourd'hui *Tanger*) en Mauritaine, & qu'on prit pour le Squelete d'*Anteus:* Le prétendu Squelete de Pallas, qu'on trouva à Rome l'an 1500, & qui étoit plus haut que les murailles de cette Ville: Enfin le Squelete qui, selon *Simon Majolus*, fut trouvé en Angletere l'an 1171: *Longè antè Fulgosi sæculum* (ce sont les propres paroles de cet Auteur §) *annis plus trecentis, anno*

* *In suis Heroicis.*
† *Hist. Nat. lib. 7. c. 16.*
‡ *Lib. 17.*
§ *Dierum Canicularium, colloq. 2. p. 36.*

anno scilicet 1171, *in Angliâ, illuvione fluminis, retecta sunt humati olim Hominis ossa adhuc ordine composita: longitudo totius corporis inventa est longa ad pedes quinquaginta.*

Il y en a d'autres Squeletes, ou parties de Squeletes, dont on pourroit dire, à n'en juger que par leur description, que non seulement elles n'avoient jamais appartenu à l'Homme, mais avec beaucoup de probabilité à l'Eléphant, quoi que d'ailleurs on ne sauroit l'assûrer positivement. St. Augustin *, en parlant de l'existence & des grandes actions des Géans avant le Déluge, rapporte pour preuve de ce qu'il y avance, que lui-même avec plusieurs autres personnes avoit vû à Utique sur le bord de la mer la Dent molaire d'un homme, de taille ordinaire; on en auroit pu faire pour le moins une centaine. *Hierome Magius* †, quoique lui-même fût rempli de préjugé en faveur de l'existence des Géans, conjecture néanmoins que cette Dent, dont St. Augustin parle, pourroit bien avoir été la Dent d'un Eléphant, ou de quelque bête marine, plutôt que celle d'un homme. Mais *Louis Vives* dans son Commentaire sur ce passage de St. Augustin, rapporte que dans l'Eglise de St. Christophe à Hispella, on lui avoit montré une Dent plus grande que son poignet, & qu'on prétendoit que c'étoit la Dent de ce grand Saint, peut-être avec autant de raison, qu'on montroit dans une Eglise à Venise un os d'épaule d'une grandeur ex-

* *De Civit. Dei, lib.* 15. *c.* 9. *citatus per Cassanionem & Lambecium.*

† *Miscellaneorum l.* 1. *c.* 2. *p.* 17.

extraordinaire, pour l'os de l'épaule du même Saint, selon ce qu'en rapporte *Hierome Magius* *.

Il y a bien de l'apparence que le Squelete d'un prétendu Géant qu'on trouva en creusant les fondemens d'une maison proche de *Trapani*, Château en Sicile, & dont Boccace, dans sa Généalogie des Dieux †, nous a laissé une relation, étoit un Squelete éléphantin. Car quoique la plûpart des os par la longueur du tems & la force des vapeurs soûterraines fussent tellement consumés, qu'après avoir été exposés à l'air, le simple toucher presque les fît tomber en pieces, on trouva néanmoins trois Dents entieres, qui pesoient cent onces, & que les habitans de Trapani suspendirent dans une de leurs Eglises en mémoire de cet événement. On trouva aussi une partie du Crâne, qui avoit assés de capacité pour tenir quelques boisseaux de grains; & un os de la jambe si grand, que l'ayant comparé avec l'os de la jambe d'un homme de taille médiocre, on trouva que ce grand Géant, que quelques-uns prirent pour *Erich*, d'autres pour *Ethellus*, d'autres pour un des *Cyclopes*, d'autres enfin pour le fameux *Polypheme* lui-même, ne pouvoit pas avoir eu moins de deux cens coudées de hauteur.

C'est sur le pied de ce calcul qu'il est figuré par le P. *Kircher* ‡, comme le plus grand d'une petite compagnie de Géans, qu'après celui-ci il range dans l'ordre suivant.

Le

* *1. c. p. 20. b.* † *Lib. 4. sur la fin.*
‡ *Mund. subt. lib. 8. sect. 2.*

Le Géant de Strabon, dont le Squelete fut trouvé proche de Tingis en Mauritanie, & qui, selon le rapport de cet Auteur, étoit haut de	Coudées. 60.
Le Géant de Pline, trouvé dans une montagne en Crete, haut de.	46.
Le Squelete d'Asterius, fils d'Anacte, haut de	10.
Le Squelete d'Oreste, qu'on tira de son tombeau par ordre exprès de l'Oracle, haut de	7.
Le Géant, dont on trouva les os sous un grand Chêne, proche du Monastere de *Reyden*, dans le Canton de Lucerne en Suisse, haut de	9.
Enfin Goliath, dont la hauteur est fixée par l'Ecriture sainte, à	$6\frac{1}{2}$.

Le cas est moins douteux par rapport aux os qu'on trouva en France l'an 1456 sous le regne de Charles VII, près d'une Riviere, dans la Baronie de Crussol (qui fut ensuite érigée en Comté) pas loin de Valence. *Jean Marius* (*in Libris de Galliarum Illustrationibus*), *Calamæus* (*in suis de Biturigibus Commentariis*), *Fulgosius* dans ses Annales, & *Jean Cassanio de Monstrœuil* dans son Traité *des Géants* *, parlent de ces os, qui étoient si grands, qu'on conjectura que le Géant à qui on crut qu'ils avoient

* *Pag.* 57. & *seq.*

avoient appartenu, & que quelques-uns prirent pour le Géant *Briatus*, ne pouvoit pas avoir eu moins de 15 coudées. Le Crâne seul étoit large de 2 coudées, & l'os de l'épaule large de 6. Quelque tems après, on trouva davantage de ces os dans la même Baronie, & proche du même endroit. *Cassanio*, qui en vit quelques-uns lui-même, donne une description si circonstanciée d'une Dent, qu'on ne peut presque pas douter que ce n'eût été une grande Dent molaire, & conséquemment les autres os, les os d'un Eléphant. Je rapporterai ses propres paroles: * *Miræ magnitudinis Dentem multi ibi conspicientes, longitudine unius pedis, pondere librarum octo; multò autem oblongior quàm crassus visus est, radicesque aliquot habere, quibus gingivæ inhærebat. Visa est insuper ea pars, quâ cibus terebatur, aliquantulum concava latitudine digitorum quatuor.* Il ajoûte qu'on montroit de son tems une Dent pareille au Château de Charmes, dans le voisinage de cet endroit; qu'il avoit mesuré la longueur de l'endroit d'où l'on avoit tiré ces os, & qu'il l'avoit trouvé de 9 pas; que quelque tems après, on découvrit quelques autres os au même endroit; enfin que tout le païs d'alentour étoit fort montagneux, c'est-à-dire, tel que les Géans vrai-semblablement le choisissoient, comme très propre pour eux d'y demeurer. Ce qui me confirme dans mes conjectures sur l'origine de ces os, c'est que j'en vis quelques-uns trouvés là dans le voisinage, qu'un Marchand François, homme fort cu-

* *Pag.* 62.

curieux, apporta dans ce païs-ci, & qui me sembloient être les os d'un Eléphant. Il y avoit entre autres une partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules entre les deux tablatures, telles qu'elles se trouvent dans le Crâne de cet animal. On remarqua la même chose dans le Crâne du Squelete éléphantin, trouvé proche de *Tonna* en Thuringe, dont nous parlerons ci-après.

Hierome Magius * fait mention d'un Crâne très-grand, qui avoit onze empans de circonférence, & de quelques autres grands os, vrai-semblablement du même Squelete, que deux Esclaves Espagnols trouverent dans un champ près de *Tunis* en Afrique, en labourant la terre. *Magius* en fut informé par *Melchior Guilandinus*, qui avoit vû le Crâne luimême, ayant eu le malheur d'être pris prisonnier par les Corsaires, & mené en esclavage à cette ville l'an 1559. Je suis d'autant plus porté à croire que ce Crâne & ces os faisoient partie d'un Squelete éléphantin, parce que, comme nous verrons, on trouva quelque tems après un autre grand Squelete proche de la même ville, dont on envoya une Dent molaire à M. *Peiresk*, que cet illustre Savant trouva occasion de reconnoître pour la Dent molaire d'un Eléphant.

Je passe à ces Os, Dents molaires & Dents d'Yvoire (ou Cornes, comme quelques-uns les appellent) trouvés sous terre en différentes parties du Monde, qui ont été reconnues, par les Auteurs qui en ont parlé, pour des parties

* *Miscellaneorum, l.* 1, *c.* 2. *p.* 19. *b.*

ties des Squeletes éléphantins, ou qui paroissent l'être indubitablement, à n'en juger que par leur figure & leur description.

Jean Goropius Becanus *, quoiqu'il vêcût dans un tems où les fables des Géans étoient beaucoup accréditées, & avoient trouvé leurs partisans, même parmi des personnes d'ailleurs célébres par leur jugement & leur savoir, se hazarda pourtant d'affirmer que la Dent qu'on garda & montra à Anvers pour la Dent de ce Géant cruel & sanguinaire, qui fut défait, à ce qu'on prétend, par *Brabo*, fils de Jules César, Roi des Arcades, & dont la défaite, si l'on en croit l'Histoire fabuleuse de l'origine d'Anvers, a donné occasion de bâtir cette Ville & son Château; il s'est hazardé, dis-je, d'affirmer que la Dent de ce prétendu Géant n'étoit autre chose que la Dent molaire d'un Eléphant. Assertion, comme il prévoyoit lui-même, qui ne pouvoit que déplaire à des gens qui se plaisent dans ces sortes de contes fabuleux & ridicules; mais aussi se flatoit-il, & avec beaucoup de raison, que des personnes judicieuses la regarderoient d'un tout autre œil. Ce qui arriva quelque tems avant qu'il écrivit ce Livre, le confirma beaucoup dans son sentiment. C'est qu'en creusant un Canal, de Bruxelles à la Rupelle, pour mettre cette Ville, & les Païs circonvoisions, à l'abri des incursions de ceux de Mechlen, on trouva proche de Vilvorde les Squeletes entiers de deux

* *Originum Antuerpianarum lib.* 2. *quem* Gigantomachiam *appellavit*, *p.* 178.

deux Eléphans, avec les Dents molaires, & les Dents longues, ou Dents d'Yvoire. *Goropius* conjecture que ces Eléphans pouvoient avoir été amenés dans ce païs-là par les Romains, du tems de l'Empeur Galien ou Posthume.

Un grand Squelete, pareillement d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, fut trouvé proche de *Tunis* en Afrique, autour de l'an 1630. Un Gentilhomme, nommé *Thomas Darcos*, qui demeuroit alors à Tunis, en envoya une relation, avec une des Dents, au savant M. *Peiresk*. Le Crâne étoit si grand, qu'il contenoit huit meilleroles (mesure de vin en Provence) ou, selon *Gassendi* dans sa Vie de *Peiresk* *, un muid, une pinte & demie, mesure de Paris. Quelque tems après, un Eléphant en vie ayant été montré à Toulon, M. *Peiresk* donna ordre de l'amener à sa Maison de campagne, dans le dessein d'en examiner à loisir les Dents, dont il fit prendre l'impression en cire, & trouva par-là que la prétendue Dent de Géant qui lui fut envoyée de Tunis, étoit la Dent molaire d'un Eléphant. Voici le second grand Squelete trouvé proche de Tunis en Afrique; & comme il parut évidemment par la Dent qu'on envoya à Peiresk, que c'étoit le Squelete d'un Eléphant, on en peut inférer avec beaucoup de probabilité, quelques autres circonstances favorisant la conjecture, que le premier dont on a parlé, c'est-à-dire, celui dont *Guilandin* vit une partie, étoit le Squelete

* *Lib. 4. l'an 1632.*

tete d'un Eléphant, plutôt que celui d'un Géant.

Thomas Bartholin * fait mention de la Dent molaire d'un Eléphant, qui fut trouvée sous terre en Islande, & qui lui fut envoyée par *Pierre Resenius*. Elle étoit tout-à-fait changée en caillou, de même que la Dent longue ou Défense d'un Rosmare qu'on trouva dans la même Isle.

Une grande Dent dont la forme montre assés que c'est la Dent molaire d'un Eléphant, a été décrite & figurée par *Lambeciu* †. Il l'avoit vûe dans la Bibliotheque de l'Empereur à Vienne; mais il ne put rien apprendre, ni où elle fut trouvée, ni comment elle vint à être gardée dans cette Bibliotheque. Elle pesoit 28 onces, & on la prit communément pour la Dent d'un Géant. *Antoine de Pozzis*, premier Médecin de l'Empereur, dans une Lettre écrite à *Lambecius* ‡, l'assûra pourtant que c'étoit la Dent d'un Eléphant, & lui fit part de ses conjectures là-dessus, qui étoient, qu'elle fut trouvée à Baden, à quatre milles de Vienne, où, peu d'années avant la date de cette lettre, on avoit trouvé aussi l'os de la jambe & l'os de la cuisse d'un Eléphant.

Le même *Lambecius* § a donné la description & la figure d'une autre Dent dans la Bibliotheque de l'Empereur, qui paroît aussi être la Dent d'un Eléphant. Elle pesoit 23 on-

* *Act. Medic. & Philos. Hafn. tom.* 1. *obs.* 46. *p.* 83.
† *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib.* 6. *p.* 311.
‡ *Ibid. l.* 6. *p.* 315.
§ *Ibid. l.* 6. *p.* 313.

onces, & fut trouvée l'an 1644 à *Kremhs* dans la basse Autriche, en creusant autour de cette ville pour en augmenter les Fortifications.

L'année suivante, lorsque les Suédois vinrent assiéger cette même ville de Krembs, on trouva le Squelete entier d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, au haut d'une montagne voisine, proche d'une vieille Tour. Les assiégans vouloient y faire un retranchement, mais se trouvant fort incommodés de l'eau qui couloit de la montagne, ils creuserent une fosse profonde de trois à quatre brasses pour la détourner d'un autre côté; & c'est dans cette fosse qu'on déterra ce Squelete, qui fut admiré pour sa remarquable grandeur. Beaucoup des os, principalement de la Tête, tomboient en morceaux après avoir été exposés à l'air; quelques autres furent rompus en pieces par la négligence des ouvriers: quelques-uns pourtant échaperent, & furent envoyés à des gens savans en Suede & en Pologne. Il y avoit parmi ceux-ci une Omoplate, avec une cavité assés grande pour contenir un boulet de canon. La tête fut comparée par rapport à sa grandeur à une table ronde, & les os du bras approchoient de l'épaisseur d'un homme. Une Dent molaire qui pesoit 5 livres, est aux Jésuites de Krembs: une autre est figurée par Happelius dans ses *Relationes curiosæ* *, d'où j'ai tiré ce que je viens de rapporter, & il paroît évidemment par la figure, que c'étoit une Dent d'Eléphant

* *Tom.* 4. *p.* 47. 48.

phant. Cette derniere pesoit 4 livres moins 3 onces, poids de Nuremberg.

Dans le VIII. volume des Commentaires de *Lambecius* sur la Bibliotheque Imperiale de Vienne *, il y a la description & deux figures d'une Dent d'Eléphant très-grande, qui pesoit quatre livres & trois quarts. Elle fut envoyée de Constantinople à Vienne l'an 1678, & on l'offrit de la vendre à l'Empereur pour deux mille écus. On prétendoit que pour sa grandeur & son antiquité, elle avoit été estimée ci-devant à 10000 écus, & qu'on l'avoit trouvée aux environs de Jérusalem dans une Caverne soûterraine fort spacieuse, où il y avoit le tombeau d'un Géant, avec cette inscription en caracteres Chaldaïques: *Ci git le Géant Hog*; d'où l'on voulut conjecturer que ç'avoit été la Dent de *Hog*, Roi de *Basan*, qui fut défait & assujeti avec tout son peuple par Moïse, qui *etoit demeuré seul de reste de Rephaims*, dont *le lit étoit un lit de fer: sa longueur* étoit *de neuf coudées, & sa largeur de quatre coudées, de coudée d'homme* †. Comme le tout avoit l'air d'une imposture, l'Empereur ordonna qu'on renvoyât cette Dent à Constantinople.

Hierome Ambroise Langenmantel, Membre de l'Académie Impériale des Sciences, fit insérer dans les Ephémérides de cette Académie ‡, un Extrait d'une Lettre qui lui avoit été écrite par le savant *Jean Ciampini* de Rome, touchant

* *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib. 6. p. 652.*

† *Deuteron. ch. 3. v. 11.*

‡ *Decur. 2. annus 7. f. 1688. obs. 234. p. 446.*

chant quelques Os d'une grandeur extraordinaire; à ſavoir, l'os de la Cuiſſe, l'os de l'Epaule, & cinq Vertebres, du nombre deſquelles étoit une des Vertebres du Col, qui furent trouvés ſous terre, aux environs de *Vitorchiani*, dans le Dioceſe de Viterbe, l'an 1687. Tous ces os enſemble, qui peſoient plus de 180 livres Romaines, excédoient de beaucoup en grandeur les os les plus grands qui ſe trouvoient dans divers Cabinets à Rome, particulierement dans celui de la famille de *Chiſi*. La plûpart de ceux qui les virent, les prirent pour des os de Géant; mais *Ciampini*, & quelques autres, ſoupçonnant que ce pouvoit être plutôt les os d'un Eléphant, ou de quelque autre grande bête, & ſachant qu'il y avoit dans le Cabinet du Grand-Duc de Toſcane un Squelete entier d'un Eléphant; il en obtint un deſſein exact, & trouva, en le comparant avec ces os, une correſpondance ſi parfaite, qu'il n'avoit plus raiſon de douter qu'ils n'euſſent fait partie d'un Squelete éléphantin.

Le Squelete éléphantin, qui fut trouvé dans une Carriere de ſable aux environs de *Tonna* en Thuringe, l'an 1698, eſt un des plus curieux, & auſſi des plus complets dans ce genre: car il y avoit toute la Tête, avec quatre Dents molaires & les deux Dents longues ou d'Yvoire, les os des pieds de devant & de derriere, un os de l'Epaule, les os de l'Epine du Dos, quelques côtes, & pluſieurs des Vertebres du Col. *Guillaume Erneſte Tentzelius*, Hiſtoriographe des Ducs de Saxe, a ſi bien décrit toute l'hiſtoire de ce Squelete dans une Lettre à l'illuſtre *Magliabechi*, qui fut

fut réimprimée dans les Transactions Philosophiques *, qu'il seroit inutile d'y ajoûter quelque chose. Quelques-uns de ces os furent envoyés par M. *Tentzelius* à la Societé Royale de Londres; à savoir, partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules, qui rendent le Crâne de cette bête remarquable, quelques-unes des Dents molaires, & une partie des Dents d'Yvoire; & ayant été examinés dans une des Assemblées de la Société, on les trouva parfaitement conformes à la description qu'il en avoit donné dans la Lettre, & l'on ordonna qu'ils fussent soigneusement gardés dans leur Repositoire, comme des choses aussi rares que curieuses & singulieres. Au reste les *strata* ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où l'on trouva ce Squelete éléphantin, étoient, selon le rapport de *Tentzelius*, disposées de la maniere suivante: quatre pieds de terre noire labourable: deux pieds & demi de gravier; le milieu de cette couche à la hauteur de deux pieds étoit composée de l'osteocolla & des pierres: autre demi-pied de l'osteocolla & des pierres: six pieds de sable avec environ deux pouces de l'osteocolla au milieu: un pied de l'osteocolla & de cailloux: six pieds de gravier: un sable blanc & fin, dont la profondeur resta inconnue; & c'est dans ce dernier lit qu'on trouva le Squelete.

M. le Comte *Marsilli*, dans le 2e. Volume de *son Danube*, où il traite des Antiquités remarquables qu'il avoit observé le long de cet-

* *N. 234. p. 737.*

cette Riviere, fait mention de plusieurs os & Dents d'Eléphans, qu'il trouva tant en Hongrie qu'en Transylvanie, & qu'on garde à présent à Bologne dans son célebre Cabinet des Curiosités naturelles & artificielles. Selon le rapport des gens du païs, ces Dents & ces os furent trouvés dans des Rivieres, dans des Lacs & des Etangs. Il eut, par exemple, une Vertebre, une Dent molaire, & partie d'une Dent d'Yvoire du Lac ou Etang de *Hiulia*; deux fragmens de l'os de la jambe, qui étoient un peu rongés par dedans, furent tirés d'un Etang proche de *Fogberas* en Transylvanie, autrefois la résidence des Princes du païs: toute la Mâchoire inférieure avec deux Dents molaires dedans, lui fut présentée par des Pêcheurs, qui disoient l'avoir trouvée dans les Etangs aux environs de *Tibiscus*, un peu plus haut que le *Romerskaatz*, c'est-à-dire, le Fort Romain.

J'ai rapporté ci-dessus l'opinion de *Goropius* sur l'antiquité de deux Eléphans, dont on trouva les Squeletes proche de *Vilvorde*. Cet Auteur prétend qu'ils ne sont venus là que du tems des Romains, & de leurs expéditions dans les Païs-bas, principalement sous les Empereurs Galien ou Posthume. M le Comte *Marsilli* est du même sentiment, par rapport à ceux dont il trouva les Dents, & quelques autres ossemens, en Hongrie & en Transylvanie. Il remarque qu'il ne doit pas du tout paroître étrange, qu'on trouve des os d'Eléphans dans les païs Septentrionaux, où certainement il n'y a jamais eu de ces bêtes;

il

il remarque, dis-je, que cela ne doit pas paroître étrange à quiconque sait les grands usages que les Romains en tiroient dans la guerre; & comme ce qu'il a trouvé en Hongrie & en Transylvanie des Dents & ossemens de cet Animal, a été tiré des Lacs & des Etangs, il se sert de cette observation pour appuyer son sentiment sur leur antiquité, la coûtume des Romains ayant été de jetter les carcasses des Eléphans morts dans des eaux, ce qui se fait encore aujourd'hui avec les carcasses des Chevaux, & autres bêtes, pour prévenir par-là les maladies & autres inconvéniens que leur putréfaction pourroit causer dans une Armée. De l'autre côté, il y a un grand nombre d'argumens, tirés entre autres de la grandeur des Animaux dont on a trouvé les Squeletes sous terre, qui quelquefois surpasse de beaucoup tout ce qu'on en a pû amener de vivant en Europe, de l'état dans lesquels on les a trouvés, de la situation particuliere des os, & de l'état des couches des terres par dessus les endroits où on les a trouvés, qui prouvent, presque jusqu'à démonstration, que quelques-uns au moins de ces Squeletes (si on ne les comprend pas tous) doivent être d'une antiquité plus grande, & qu'il en faut absolument revenir à la force des eaux d'un Déluge universel, pour résoudre un phénomene aussi extraordinaire pris dans toute son étendue. Pour n'insister que sur le dernier de ces argumens, il est évident que si on les avoit enterré à une profondeur si considérable, cela n'auroit pû se faire sans creuser par les différentes couches de terre, & conséquem-

ment ſans en changer la diſpoſition. Or ſi on trouve toutes ces couches dans leur état naturel, il s'enſuit néceſſairement, que ce qu'on trouve au deſſous, doit avoir été logé là, avant, ou du tems que ces couches furent formées. Mais il y a encore un argument, qui me ſemble d'un grand poids pour prouver que les Eléphans, dont on trouve les Squeletes ſous terre, n'ont pas été du tems des Romains, comme le conjecturent *Goropius* & M. le Comte *Marſilli*. *Tentzelius* s'en eſt ſervi dans ſa Lettre à *Magliabechi*, & il eſt pris de la grande valeur de l'Yvoire depuis les tems les plus reculés, & principalement auſſi parmi les Romains. Pluſieurs Auteurs font foi de cela : il ſuffira de citer un paſſage de Pline *, où il dit que parmi d'autres preſens d'un très grand prix, que les Ethiopiens furent obligés de faire aux Rois de Perſe, au lieu d'un tribut, il y avoit vingt grandes Dents d'Eléphans, (ſans doute les *Dentes exerti*, ou Dents d'Yvoire) ; & il remarque là-deſſus, *tanta Ebori auctoritas erat*. On ne ſauroit s'imaginer que, vû le prix de l'Yvoire, les Romains euſſent négligé d'ôter les Dents des Eléphans morts, avant que de jetter leurs carcaſſes dans l'eau ; mais il n'y a preſqu'aucun de ces Squeletes, que je ſache, où l'on n'aye trouvé les Dents avec ; & même parmi les oſſemens éléphantins figurés par M. le Comte *Marſilli*, il y a trois Dents molaires, & une partie conſidérable d'une Dent d'Yvoire.

Robert Plot, dans ſon Hiſtoire naturelle du Com-

* *Hiſt. Nat. l. 12. c. 4.*

Comté de Stafford *, dit, que *Guillaume Leveson Gower* de Trentham lui avoit fait présent de la Mâchoire inférieure d'un grand Animal, avec des grandes Dents qui y étoient encore enchassées. On l'avoit trouvé dans une marniere sur une de ses terres, & M. *Plot* l'ayant comparée avec la Mâchoire inférieure d'une tête d'Eléphant, dans le Cabinet de M. *Ashmole* à Oxford, il y trouva une exacte conformité.

Il y a dans le Cabinet de la Societé Royale de Londres deux os de la Jambe de l'Eléphant. L'un fut présenté à la Societé par le Chevalier *Thomas Broun* de Norwich. L'autre fut apporté de la Syrie pour l'os de la Jambe d'un Géant. M. *Grew* † fait voir par une supputation exacte, qu'il est impossible que ce puisse être l'os de la Jambe d'un Homme, n'étant que trois fois aussi long sur vingt-deux fois d'épaisseur qu'il a de plus; il a une aune d'Angleterre, & demi-pied de long, & environ un pied de circonférence dans l'endroit le plus mince. M. *Grew* remarque, que la figure fait voir que c'étoit un os de la Jambe & non pas de la Cuisse, & il conjecture que l'Eléphant, à qui il avoit appartenu, devoit avoir été haut d'environ cinq aunes.

J'en ai quelques-uns à ajoûter. *Gessner* dans son Traité *de Figuris Lapidum* ‡, fait mention d'une Dent quatre fois plus grande que celle qu'il avoit figurée sous le titre d'*Hippopotamus*, dans

* *Natural history of Staffordshire. ch. 7. §. 78. p. 78.*
† *Musæum Regalis Societatis, p. 32.*
‡ *Pag. 137.*

dans son ouvrage *de Aquatilibus*. Un noble Polonois la lui envoya en présent, & on l'avoit trouvé sous terre en creusant les fondemens d'une maison, avec une grande corne, (comme on disoit) que quelques-uns prirent pour la Corne de la Licorne, quoique faussement, comme le même *Gessner* conjecture, étant beaucoup plus épaisse que la Licorne, & outre cela courbée. Il est fort probable que cette prétendue Corne ait été la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Le même Auteur * parle d'une Caverne soûterraine proche d'Elbingeroda, où l'on trouvoit des Dents & d'autres Ossemens des Hommes & des Animaux d'une grandeur si extraordinaire, qu'on ne pouvoit s'imaginer qu'avec peine, qu'il y en ait jamais eu de si grands.

On garde la Dent molaire d'un Eléphant pétrifiée dans le Cabinet du Roi de Dannemarck à Copenhague, comme il paroît par le Catalogue †; mais on n'y fait pas mention, ni de l'endroit où elle fut trouvée, ni comment elle passa dans ce Cabinet.

Il y dans le même Cabinet un os de Cuisse très-grand, qui pese près de vingt livres Danoises, & qui a plus de trois pieds en longueur. Il est d'une si grande antiquité, comme le remarque l'Auteur du Catalogue ‡, qu'il en est presque pétrifié. Le même Auteur fait mention, à cette occasion, d'un autre

* *l. c.*

† *Museum Regium, part. 1. sect. 7. n. 109. de la nouvelle édition.*

‡ *Ibid. part. 1. sect. 1. n. 73.*

tre grand os long de 4 pieds, & pesant 25 livres, qui se trouvoit alors dans le Cabinet du célébre *Otho Sperling*; & il rapporte, sur la foi de *Sperling*, qu'on l'avoit déterré à *Bruges* en Flandre, dans la place de la prison publique, l'an 1643, en présence de *Bernhard de Aranda* & du Fere de *Sperling*, qui y avoit vû tout le Squelete, dont la longueur étoit de 9 aunes de Brabant. On ne sauroit déterminer rien de précis, ni sur l'un, ni sur l'autre de ces os.

On trouva une piece d'Yvoire, dans un champ, sur les bancs de la Vistule, à six milles de Varsovie, & on la montra à Dantzick à *Gabriel Rzaczynski*, Auteur de l'Histoire Naturelle de Pologne, imprimée à Sandomir dans le College des Jésuites *, qui crut y reconnoître la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Dans les Notes sur la *Cynosura Medica* de Paul Herman, de la nouvelle édition publiée par M. *Boëcler* de Strasbourg †, sous le titre *de la Licorne fossile*, il est fait mention d'une piece d'Yvoire fossile, ou plutôt d'une Dent d'Eléphant fort remarquable, dans la possession de M. le Chevalier *Jaques Samson de Rathsamhausen de Ebenweyer*, Sieur *de Nonnenwyer*. Elle fut trouvée dans le Rhin proche de Nonneville, sur une de ses Terres. Elle étoit longue de trois pieds de Paris, trois pouces & demi, & avoit près d'un pied de circonférence à la base, dans l'endroit le plus épais, &

* *Pag.* 2.
† 1726. *in* 4. *pag.* 133. *part.* 3.

& environ huit pouces & demi vers l'autre extrémité. Elle étoit remplie par dedans d'une espece de Marne, mais par dehors elle étoit pierreuse dans quelques endroits, & osseuse dans d'autres. Elle sentoit l'Yvoire quand on en racloit, ou brûloit la partie osseuse : la raclure bouillie dans de l'eau en faisoit une espece de gelée. L'Auteur des Notes ajoûte, qu'on trouve la Licorne fossile dans diverses parties de l'Europe, dans la forêt d'Hercynie en Moravie, en Saxe, & dans le Duché de Wirtemberg proche de Canstad.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. LE plus grand morceau, ou la base de la Dent d'Yvoire trouvée proche de Londres, dont le diametre & la longueur ne sont ici qu'au quart de la grandeur naturelle. *A*, Cone de sable qui remplissoit la cavité en forme de Cone, qui se trouve au bas des Dents d'Yvoire. *b*, le bout de ce Cone, tronqué & environné de couches, qui composent la Dent, marquées *c*, *c*, *c*, &c.

Fig. 2. Le bout de la même Dent, diminué un peu moins du quart de sa grandeur naturelle, & composé de couches marquées *a*, *a*, *a*.

Fig. 3. Coupe horizontale d'une Dent d'Yvoire, dans laquelle les lignes rondes autour du centre *a*, *a*, *a*, &c. marquent les différentes couches dont la Dent étoit composée. Le diametre de cette piece est ici le quart plus petit que dans sa grandeur naturelle. Le grain de

de l'Yvoire en eſt d'ailleurs très-beau & fort uni.

Fig. 4. Partie d'une Dent d'Yvoire, dont les couches ſe ſont ſéparées l'une de l'autre d'un côté par quelque maladie, tandis que l'Yvoire de l'autre eſt fort ſain & bon. *a*, eſt la partie ſaine de l'Yvoire. *b*, *b*, *b*, &c. les couches couvertes de chaque côté d'une matiere blanche très-fine, la couleur de l'Yvoire même approchant un peu au jaune.

Fig. 5. Fragment de la Dent d'Yvoire foſſile, trouvée dans le Comté de Northampton, long d'un pied onze pouces, meſure d'Angleterre.

Fig. 6. La Dent d'Yvoire foſſile, trouvée en Sibérie.

Fig. 7. Vertebre foſſile, d'une Baleine, trouvée dans le Comté d'Oxford. *A*, eſt le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les endroits d'où ſortoient les Apophyſes tranſverſales qui manquent dans celle-ci. *c*, l'Apophyſe épineuſe. *d*, *d*, les deux Apophyſes obliques. *e*, le Trou entre l'Apophyſe épineuſe & le corps de la Vertebre, par où paſſe la moëlle. La hauteur de cette Vertebre, depuis la baſe juſqu'au bout de ce qui reſte de l'Apophyſe épineuſe, eſt d'un pied cinq pouces, la largeur du corps de la Vertebre eſt d'un pied.

Fig. 8. Vertebre naturelle du Squelete d'une Baleine, qui répond à la foſſile (*Fig.* 7.) *A*, eſt le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyſes transverſales, dans chacune deſquelles il y a un trou *f*. *c*, *c*, les Apophyſes obliques. *d*, l'Apophyſe épineuſe. *e*, le Trou par où paſſe la moëlle. C'eſt une des Vertebres les plus grandes, par rapport à ſon corps, mais ſes Apophyſes ſont moindres à proportion. Elle a un pied trois pouces de hau-

hauteur depuis la base jusqu'au bout de l'Apophyse épineuse, & le corps a onze pouces & demi de largeur.

Fig. 9. Autre Vertebre du Squelete d'une Baleine. *A*, le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyses transversales. *c*, *c*, les Apophyses obliques. *d*, l'Apophyse épineuse. *e*, le Trou par où passe la moëlle. Il y a deux pieds six pouces du bout d'une Apophyse transversale au bout de l'autre, & un pied huit pouces & demi de la base du corps au bout de l'Apophyse épineuse.

OBSERVATIONS

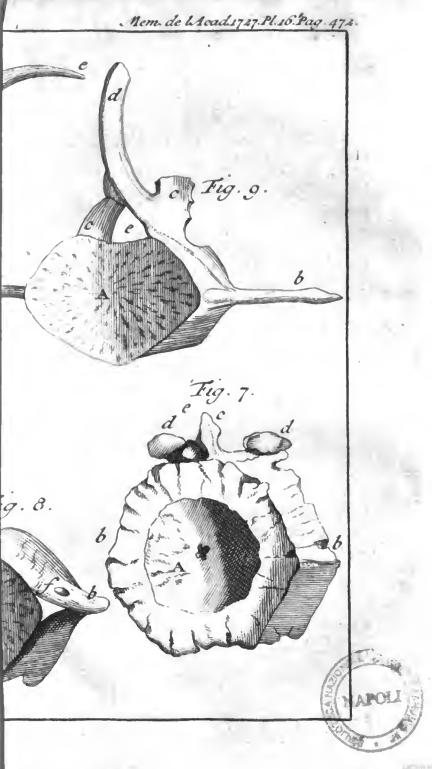
Touchant une Végétation particuliere qui naît sur l'Ecorce du Chêne battue, & mise en poudre, vulgairement appellée DU TAN.

Par M. MARCHANT.*

ON sait en général que tout est mouvement dans la Nature; & ce qui nous paroit quelquefois une substance entierement détruite par un dérangement de ses parties, produit au contraire, par le secours de la fermentation, de nouvelles Végétations qu'il seroit difficile de prévoir; & il n'y a que les observations qui pourroient faire connoître combien la combinaison de différentes matieres contribue souvent à faire naître des Phénomenes, ou inconnus, ou peu examinés.

Pen-

* 3 Dec. 1727.


e
d
c
Fig. 9.
c
e
A
b
Fig. 7.
e
d
c
d
ig. 8.
b
b
A
f
b



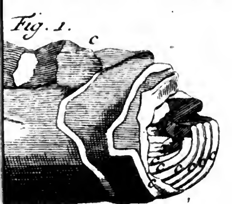
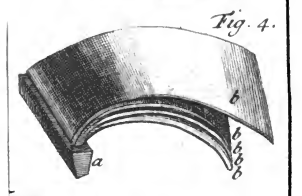
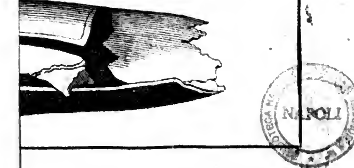


Fig. 2.





Pendant le mois de Juillet dernier, étant dans l'Attelier d'un Marchand Tanneur, je fus agréablement ſurpris en voyant pluſieurs touffes d'une eſpece de gazon de très-belle couleur jaune-matte, diſperſées en différens endroits ſur le haut d'un gros monceau de Tan, qui avoit ſervi pluſieurs mois à tanner & couvrir des Cuirs de Bœuf, qu'on range par lits l'un ſur l'autre dans des foſſes faites à cette uſage, puis ce Tan eſt après retiré des mêmes foſſes & mis en gros tas.

Ce Tan, après avoir ainſi ſervi, eſt alors appellé par les ouvriers *de la Tannée*; & cette matiere ne ſert plus qu'à faire des mottes, dont on ſait que les pauvres ſe ſervent (faute de bois) pendant l'hiver.

Les touffes en maniere de gazon dont on vient de parler, ſont une Végétation connue chés les Tanneurs, ſous le nom de *Fleurs de la Tannée*. Mais comme je ne ſais point qu'aucun Phyſicien ait obſervé, ni fait mention de ces ſortes de fleurs, nous les décrirons ici, telles que j'eus l'honneur de les faire voir à l'Académie il y a quelque tems, & ainſi qu'elles étoient, lorſque nous les fimes déſſiner d'après nature.

Pour faire connoître cette Végétation dès ſa naiſſance, je dirai que j'ai obſervé qu'elle ſort de la ſubſtance de la Tannée, (*Fig.* I. *a*, *a*, *a*.) en une eſpece d'écume, qui peu à peu s'épaiſſit en conſiſtance de pâte molle, de couleur jaune-citron, & de l'épaiſſeur de ſix à huit lignes. A meſure que cette pâte végéte (*Fig.* II *vûe à la Loupe*) ſa ſurface devient poreuſe & ſpongieuſe, bouillonnée, remplie d'une infinité de petits trous de différent diametre, dont les interſtices

 for-

forment une espece de rézeau plus ou moins regulier, & souvent interrompu par des bouillons, qui s'élevent un peu au-dessus de la superficie de cette matiere, qui étant à son dernier point d'accroissement, a plus de rapport à la surface d'une éponge platte & fine, qu'à toute autre végétation. Sa couleur augmente toûjours jusques enfin au jaune-doré, & alors elle devient un peu plus solide en se desséchant à l'air. Nous n'avons pû appercevoir dans la matrice de cette Végétation, qui vrai-semblablement est la Tannée, aucunes fibres qu'on pût soupçonner être ou faire les fonctions de racines pour la production de cette Végétation, qui a d'abord une légere odeur de bois pourri, laquelle augmente par la suite. Sa saveur a quelque chose du stiptique.

La Tannée sur laquelle elle croit, (*Fig.* I & II, *bb.*) est alors de couleur fort brune, dure, foulée & plombée quoique fort humide; & dans l'instant de cette production, la Tannée a une chaleur aussi considérable depuis sa surface jusqu'à un demi-pied de profondeur, que si elle avoit été récemment abbreuvée d'eau tiede.

Pendant le premier jour de la naissance de notre Végétation, elle paroît fort agréable à la vûe, légere & comme fleurie, lorsque les portions de gazon qu'elle forme s'étendent circulairement en façon de lobes jusqu'à dix ou douces pouces de diametre; mais si par hazard elle se trouve naître en un lieu exposé au Midi (ce qui lui est favorable pour sa production, & non pour sa durée) les rayons du Soleil la résoudent dès le second jour en une liqueur blanc-jaunâtre, laquelle en peu de tems se condense,

&

& se convertit entierement en une croûte séche, épaisse d'environ deux lignes. La Végétation ayant ainsi disparu, on trouve quelques jours après sous cette croûte, une couche ou lit de poussiere noire très-fine, qui a assés de rapport à la poussiere qu'on découvre dans le *Lycoperdon*, & qui ici pourroit être de la Tannée dissoute, puis desséchée, & enfin convertie en une espece de terreau réduit en poudre impalpable.

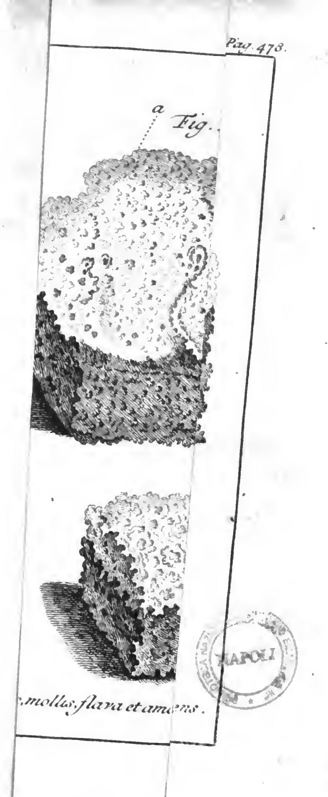
La fleur de la Tannée paroît tous les ans vers le commencement du mois de Juin, ou quelquefois plutôt, suivant la chaleur du Printems, particulierement s'il a fait quelques pluyes chaudes ; & lorsqu'elle paroît dans les grandes chaleurs de l'Eté, elle marque du changement de tems, ou même souvent de l'orage, selon le dire des ouvriers.

Suivant ce que nous venons de rapporter, il est assés vraisemblable que le Tan qui a servi à tanner les Cuirs, est la matrice de cette Végétation. Car en effet la Chaux qu'on employe pour faire tomber le poil des Cuirs, les sels, les huiles, & les soufres contenus dans les Cuirs, joints à l'acide du Tan, macérés ensemble dans des fosses pendant plusieurs mois, & dont le Tan a été parfaitement imbibé, contient des substances, qui aidées de l'air, sont toûjours prêtes à fermenter, & par conséquent à produire la Végétation dont il s'agit.

On sait aussi qu'entre les arbres que nous connoissons, le Chêne est celui qui produit une plus grande diversité d'excroissances, de Végétations, ou d'excrémens, ainsi que Jean

Bauhin, l'un de nos plus ſavans Botaniſtes, appelle ces ſortes de productions, & dont il a donné un excellent Traité dans ſon Hiſtoire générale des Plantes. On trouve encore un autre petit ouvrage particulier ſur les productions du Chêne, compoſé par Jean du Choul, & intitulé *De variâ Quercûs hiſtoriâ*, imprimé à Lyon en 1555. Mais il paroît par les Ecrits de ces Auteurs, que de leur tems on n'avoit point obſervé la fleur de la Tannée, ni connu les deux productions extraordinaires vûes ſur le Chêne, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences en l'année 1692, dont ces Hiſtoriens auroient ſans doute fait mention, ou depuis eux d'autres Phyſiciens, s'ils en avoient eu connoiſſance.

Pour donner une plus grande intelligence de ces anciens Mémoires de 1692, je me ſervirai par occaſion de celui-ci, quoiqu'il n'aît du rapport aux précédentes obſervations, qu'à cauſe que les unes & les autres ſont faites ſur le Chêne. Pour cet effet nous ferons d'abord remarquer, qu'on doit bien prendre garde de ne pas confondre ces deux productions extraordinaires avec celles qui ſont cauſées par des picquures que les inſectes font quelquefois en dépoſant leurs œufs ſur des Plantes, leſquelles picquures nous étoient parfaitement connues, lorſque nous fimes ces obſervations, ainſi qu'on pourra le voir par la lecture deſdits Mémoires. L'attention particuliere que nous eumes enſuite à examiner ce fait dans le tems, prouve ce que j'ai avancé à l'égard de ces productions, ayant alors


a
Fig.
...mollis, flava et am...ns.


Digitized by Google

alors bien observé la consistance des globules formés par les Végétations, où nous avons précisément dit dans cet article, que nous ne trouvâmes dans ces deux productions aucune apparence ni d'œufs, ni de vers, ni de moucherons, ni d'aucun autre corps étrange. On doit aussi considérer comme chose particuliére à ce fait, les petites feuilles que nous remarquâmes sur les filets qui soûtenoient les globules, lesquels filets n'étoient point certainement des chatons ou fleurs du Chêne, puisque les chatons du Chêne ne portent point de feuilles, & qu'ils ne paroissent jamais qu'au Printems, & tombent incontinent après; & que ce fut au contraire dans la saison de l'Automne que nous fimes les deux observations citées ci-dessus, & dans lesquelles j'ai rapporté les faits tels que je les ai cueillis & examinés sur les Chênes, ce qui est enfin plus amplement énoncé & figuré, ainsi qu'on le pourra voir dans ces anciens Mémoires.

Pour revenir à ce qui fait le principal objet du présent Mémoire, je dirai que j'ai balancé avant de me déterminer, pour savoir sous quel genre de Plante on devoit ranger cette Végétation, parce que je n'y ai pu remarquer les parties essentielles qui ordinairement caractérisent les Plantes. Mais quoique quelques Botanistes modernes appellent abusivement ces sortes de productions, des Plantes imparfaites, cependant notre Végétation comparée à l'Eponge reconnue pour Plante, & dans laquelle on n'apperçoit presque ni racines, ni feuilles, ni fleurs, ni même de

graines, non plus que dans notre Plante, qui par ſon port & par ſa ſtructure, tant extérieure qu'intérieure, a infiniment plus de reſſemblance à l'Eponge qu'à toute autre Plante connue; je me ſuis enfin déterminé à la ranger ſous le genre de l'Eponge, & ainſi nous la nommerons *Spongia fugax, mollis, flava & amœna, in pulvere coriario naſcens.*

Je tâcherai de continuer cette obſervation, ſuivant que notre Plante paroîtra; laquelle d'ailleurs les Tanneurs m'ont aſſûré n'avoir jamais vû croître ſur du Tan neuf. Et ſi par la ſuite nous pouvons faire quelques nouvelles expériences ſur la génération de ce Phénomene botanique ſi paſſager, mais toutefois conſtant & régulier dans ſa maniere de naître, nous en rendrons compte à la Compagnie.

NOUVELLE MANIERE DE DEVELOPPER LES COURBES,

Par M. DE MAUPERTUIS.

SOIT la Courbe OMF* enveloppée d'un fil: ſi l'on développe cette Courbe, ſoit vers la concavité, ſoit vers la convexité, de maniere que la partie MF du fil ſoit toûjours appliquée ſur la Courbe; & que tirant le bout du

* *Fig. 1.*

du fil à travers l'anneau mobile M, la partie du fil ML, $M\Lambda$ qui quitte la Courbe lui soit toûjours perpendiculaire, l'extrémité du fil L ou Λ décrira dans ce mouvement une nouvelle Courbe OL, $O\Lambda$; & si le fil est plus long que la Courbe d'une quantité donnée LL^2, $\Lambda\Lambda^2$, l'extrémité du fil décrira les Courbes AL^2, ou $\alpha\Lambda^2$. Voilà une nouvelle maniere de développer les Courbes nouvelles, dont nous allons examiner les propriétés générales; celles qui sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, soit que ce développement se fasse sur des Courbes géométriques ou transcendantes, rectifiables ou non.

Pour plus grande généralité, je suppose que le fil est plus long que la Courbe, de la quantité a; lorsqu'il sera égal à la Courbe, il n'y aura qu'à effacer les termes où se trouvera a.

* Soit MC un rayon de la Développée à l'ordinaire de la Courbe OMm, & mC un autre rayon infiniment proche, qui rencontre le premier au point C: ces deux rayons rencontrent les Courbes AL, $\alpha\Lambda$ aux points Ll, $\Lambda\lambda$. Ayant décrit du centre C de l'intervalle CL, $C\Lambda$, les petits Arcs LB, $\Lambda\beta$, par la nature de notre développement, l'on aura toûjours $Bl = Mm = \beta\lambda$; & nommant le rayon de la Développée à l'ordinaire

$$MC = r$$
$$\text{l'Arc } OM = u$$

l'on

* Fig. 2.

l'on aura $r : du :: r - u - a : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du = BL$

$$r : du :: r + u + a : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du = \beta\Lambda.$$

Et à cause des Triangles semblables *BLL*, *MTl*, l'on aura pour le développement vers la concavité

$lB : BL :: LM : MT$

$$du : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du :: u + a : \frac{ru - uu - 2au + ar - aa}{r} = MT$$

soutangente de la Courbe qui resulte du développement, prise sur la tangente de celle qu'on développe. L'on voit donc que cette soutangente est la quatrieme proportionnelle aux trois lignes ; le rayon de la Développée à l'ordinaire *MC* : sa partie *CL* terminée par la Courbe qui résulte du développement : : & le reste de ce rayon *LM* compris entre les deux Courbes.

Si le développement se fait vers la convexité, l'on aura, à cause des Triangles semblables $\lambda\beta\Lambda$, $\Lambda M\tau$,

$\lambda\beta : \beta\Lambda :: \Lambda M : M\tau$

$$du : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du :: u + a : \frac{ru + uu + 2au + ar + aa}{r} = M\tau.$$

La soutangente est la quatrieme proportionnelle à ces trois lignes ; le rayon de la Développée *MC* : ce rayon prolongé jusqu'à la Courbe qui resulte du développement $C\Lambda$: : & le prolongement de ce rayon ΛM compris entre les deux Courbes.

Et la différence $T\tau$ des deux soutangentes, est

est 2. $\frac{\overline{u+a}^2}{r}$, c'est-à-dire, double de la troisieme proportionnelle au rayon MC de la Développée à l'ordinaire : & à la partie ML ou $M\lambda$ du fil qui a quitté la Courbe.

Faisant toûjours $MC = r$, l'on a trouvé $BL = \frac{\overline{r-u-a}}{r}\, du$.

L'on aura donc vers la concavité, le petit Trapeze $MmBL = \frac{\overline{Mm + BL} \times ML}{2}$ $= \frac{\overline{du + \frac{\overline{r-u-a}}{r} du} \times \overline{u+a}}{2} = \frac{\overline{2ru - 2au - uu + 2ar - aa}}{2r}$ du.

Vers la convexité, l'on a trouvé $\beta\lambda$ $= \frac{\overline{r+u+a}}{r}\, du$.

L'on aura donc le petit Trapeze $Mm\beta\lambda$ $= \frac{\overline{du + \frac{\overline{r+u+a}}{r} du} \times \overline{u+a}}{2} = \frac{\overline{2ru + 2au + uu + 2ar + aa}}{2r}$ du.

L'intégrabilité de chaque espace compris entre les Courbes qui résultent du développement & celle qu'on développe, dépendra de la nature de celle qu'on développe, & aucun de ces deux espaces n'est quarrable généralement, pas même en supposant la rectification de la Développée. Cependant les deux espaces pris ensemble, celui qui résulte du développement vers la concavité, & celui

du développement vers la convexité, ont une quadrature absolue, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Car joignant les deux Trapezes $MmBL$, $Mm\beta\Lambda$, l'on a $\frac{\overline{4ru+4ar}}{2r}du = \overline{2u+2a}\,du$, dont l'intégrale est $uu+2au$ pour l'espace $AL\Lambda\alpha$.

Voici pourquoi les deux espaces pris ensemble, sont toûjours quarrables, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

* Si l'on suppose que la ligne qu'on développe, soit la droite OM, les rayons de la Développée MC devenant paralleles, il est clair que l'on a $BL = B = Mm = \beta\Lambda = \beta\lambda = du$; les lignes OM, ΛL, croissent l'une & l'autre en progression arithmétique; l'espace $\alpha AL\Lambda$ sera égal à la somme de tous les petits rectangles $\Lambda LB\beta$, ou au quarré de $OM + 2\,\overline{OA}\times\overline{OM}$. Aussi alors a-t-on pour le petit rectangle, qui est l'élément de cet espace, $Mm\times\Lambda L = du\times\overline{2u+2a}$, dont la somme est $uu+2au$; celle que nous venons de trouver pour l'espace $\alpha AL\Lambda$.

† Mais si la droite OM vient à se courber, alors λl & ΛL n'étant plus paralleles, Mm devient plus petit que $\Lambda\beta$, & plus grand que LB, & est précisément autant moindre que $\Lambda\beta$, qu'il est plus grand que LB, à cause de $ML = M\Lambda$: le rayon ϵE venant dans la situation

* Fig. 3. † Fig. 4.

tion βB, change le petit rectangle en Trapeze, & diminue ce petit rectangle vers la concavité, de ce qu'il l'augmente vers la convexité. Car on voit assés que le petit Triangle mBE est égal à $m\beta\varepsilon$, à cause de mB, ou $ml = m\beta$, ou $m\lambda$. L'on peut donc considérer le petit Trapeze $\Lambda\beta BL$, comme si c'étoit le rectangle $\Lambda\varepsilon EL$, & que la ligne ΛL parcourût la ligne OM, faisant toûjours des Angles droits avec elle ; & l'une & l'autre croissant en proportion arithmétique, la courbure de la ligne OM ne change plus rien, & l'on a la même aire que l'on auroit, si la ligne OM étoit redressée.

* Si maintenant on développe la Courbe OM à l'ordinaire, c'est-à-dire, par un fil touchant, & plus long que la Courbe, de la même quantité a, le petit secteur Sms formé par le développement d'un côté Mm de la Courbe considérée comme Polygone, sera toûjours égal au petit Triangle BmE ou $\beta m\varepsilon$. Car à cause des secteurs semblables MCm, Sms, l'on aura

$$MC : Mm :: MS : Ss.$$

$$r : du :: \overline{u+a} : \frac{\overline{u+a}}{r} du = Ss.$$

Et pour le petit Triangle Sms, $\frac{Ss \times MS}{2}$

$$= \frac{\frac{\overline{u+a}}{r} \times \overline{u+a}}{2} du = \frac{\overline{uu + 2au + aa}}{2r} \times du,$$ qui

est la moitié de la différence des deux Trapezes

* Fig. 4.

zes $MLBm$, $M\Lambda\beta m$, élémens des deux espaces, l'intérieur & l'extérieur. Ce que l'on voit aussi sans calcul, par l'égalité des angles BmE, & des côtés mB, mS.

Donc l'espace formé par le développement à l'ordinaire, c'est-à-dire l'espace GMS, est la moitié de la différence des deux espaces de notre développement.

Mais de plus les petits Triangles BmE $(\frac{\overline{uu+2au+aa}}{2r}du)$ font ce qui empêche que les espaces de notre développement ne soient généralement quarrables, pris séparément, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Car si l'on ajoûte BmE au Trapeze du développement intérieur $MLBm$, ou qu'on l'ôte du Trapeze du développement extérieur $M\Lambda\beta m$, ces Trapezes deviendront des rectangles, dont les hauteurs ML, $M\Lambda$ croissant comme les parties de la Courbe OM qui font les bases, formeront de chaque côté un espace quarrable.

Donc l'espace intérieur de notre développement $OALM$ plus l'espace du développement de M. *Huigens*, GMS, c'est-à-dire, l'espace $OALMSGOM$; comme aussi l'espace extérieur $O\alpha\Lambda M$ moins l'espace GMS sera toûjours quarrable, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Ce que l'on voit aisément par les élémens de ces espaces.

L'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace intérieur, $MLBm = \frac{\overline{2ru+2ar-2au-uu-aa}}{2r}du$.

Pour

Pour le Triangle, élément de l'eſpace du développement de M. *Huigens*, SMs $= \frac{\overline{uu + 2au + aa}}{2r} du$.

Si l'on ajoûte enſemble ces deux élémens, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2} uu + au$ pour la ſomme des deux eſpaces $OALM + GMS$.

De même l'on a trouvé pour le Trapeze de l'eſpace extérieur, $M\Lambda\beta m$ $= \frac{\overline{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}}{2r} du$.

Si de ce Trapeze l'on ôte le Triangle SMs, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2} uu + au$ pour la différence des deux eſpaces $O\alpha\Lambda M - GMS$.

Toutes ces propriétés ſont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, & ſubſiſtent, ſoit qu'elle ſoit géométrique, ou méchanique; rectifiable, ou non.

Voici maintenant quelques applications à des Courbes particulieres.

I.

* Si la Courbe que l'on développe eſt un Cercle, l'on a trouvé pour l'élément de l'eſpace intérieur $OALM$, $\frac{\overline{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}}{2r} du$; Et pour l'élément de l'eſpace extérieur $O\alpha\Lambda M$, $\frac{\overline{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}}{2r} du$. Et le rayon de la Dé-

* Fig. 5.

Développée à l'ordinaire étant constant, chacun de ces élémens sera intégrable, en supposant la rectification du Cercle.

Et faisant le rayon du Cercle $r = b$, l'on aura pour l'espace du développement vers la concavité,

$$OALM = \frac{bu^2 + 2abu - au^2 - \frac{1}{3}u^3 - aau}{2b}.$$

Et pour l'espace du développement vers la convexité,

$$O\alpha\Lambda M = \frac{bu^2 + 2abu + au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}.$$

Et pour la somme des deux espaces, ou l'espace entier, $AL\Lambda\alpha = uu + 2au$.

Et pour leur différence, $\frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{b}$.

Et comme nous avons trouvé que la moitié de cette différence est égale à l'espace formé par le développement de M. *Huigens*, l'on aura l'espace $GMS = \frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}$; & lorsque le fil n'excéde point l'arc, * $GMS = \frac{u^3}{6b}$.

D'où l'on voit que dans la Courbe qui résulte du développement du Cercle à la maniere de M. *Huigens*, lorsque le fil est égal à l'arc, l'espace OMS est égal au cube de l'arc OM divisé par le triple du diametre.

Et supposant la circonférence du Cercle $= c$, l'on aura l'espace total $OSBOMO = \frac{c^3}{6b}$, qui est

* Fig. 6.

eſt à l'eſpace total circulaire, comme le quarré de la circonférence eſt au triple du quarré du rayon.

Car l'aire du Cercle $= \frac{cb}{2}$, & $\frac{c^3}{6b} : \frac{cb}{2} :: c^2 : 3bb$.

II.

* Si l'on développe la Cycloïde par ſon ſommet; faiſant le rayon du Cercle générateur $= b$, $OP = x$, l'on aura la corde $OK = \sqrt{2bx}$ & l'arc de la Cycloïde $OM = u = 2\sqrt{2bx}$; & comme l'on a trouvé pour la ſomme des deux eſpaces,

$$uu + 2au.$$

l'on aura l'eſpace entier $AL\Lambda\alpha = 8bx + 4a\sqrt{2bx}$. & lorſque $x = 2b$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a dévéloppé la demie Cycloïde OMF, l'on a l'eſpace,

$$AL\Lambda\alpha = 16bb + 8ab.$$

† 2°. Si l'on développe la Cycloïde par ſon extrémité; & que faiſant toûjours le rayon du Cercle $= b$, l'on faſſe $FI = x$, $FK = \sqrt{2bx}$, l'on aura l'arc $OM = u = 4b - 2\sqrt{2bx}$; & ſubſtituant cette valeur de u dans la ſomme des 2 eſpaces, l'on aura pour l'eſpace entier $AL\Lambda\alpha = 16bb - 16b\sqrt{2bx} + 8bx + 8ab - 4a\sqrt{2bx}$; & lorſque $x = o$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a dévéloppé la demi-Cycloïde, l'on a l'eſpace, $AL\Lambda\alpha$

* Fig. 7. † Fig. 8.

$$ALA\alpha = 16bb + 8ab.$$

Les 2 espaces du développement entier de la demi-Cycloïde sont donc égaux, soit qu'on commence le développement par le sommet ou par l'extrémité ; & dans l'un & l'autre cas, lorsque le fil n'excéde point la Courbe, ces espaces sont égaux au Quarré du double du diametre du Cercle générateur.

III.

* Si l'on développe la seconde parabole cubique dont l'Equation est ($qxx = y^3$) par un fil qui excéde la Courbe de $\frac{8q}{27}$, c'est-à-dire $a = \frac{8q}{27}$; l'on a, comme l'on sait, l'Arc

$$OM = u = \frac{1}{27q^{\frac{1}{2}}} \times \overline{4q + 9y}^{\frac{3}{2}} - \frac{8q}{27} ;$$ & substituant dans $uu + 2au$, expression générale de l'espace $ALA\alpha$ parcouru par le fil, pour u & pour a leurs valeurs, l'on trouvera

$$ALA\alpha = \frac{48qy}{81} + \frac{108y^2}{81} + \frac{y^3}{q} = \frac{16qy}{27} + \frac{4yy}{3} + \frac{y^3}{q}.$$

Voici maintenant la maniere de trouver la nature des Courbes produites par notre développement.

† Soit

* Fig. 9.

† Soit dans la Courbe OM que lon developpe,

$OP = x$	$AN = t$		$a\nu = t.$
$PM = y$	$LN = z$	ou	$\Lambda\nu = z.$
$OA = a$	$MD = y - z$		$M\Delta = z - y.$
$OM = u$	$DL = a + t - x$		$\Delta\Lambda = a + t + x.$

$ML = a + u = M\Lambda.$

Soient par les points L, Λ, que décrit le fil, tirées les lignes LD, $\Lambda\Delta$, paralleles à AP; l'on aura à cause des Triangles semblables MRm, MDL, $M\Delta\Lambda$.

$$MR : Rm :: \begin{cases} MD : DL \\ M\Delta : \Delta\Lambda \end{cases}$$

$$dx : dy :: \pm y \mp z : a + t \mp x$$

$$RM : Mm :: \begin{cases} DL : ML \\ \Delta\Lambda : M\Lambda \end{cases}$$

$$dy : du :: a + t \mp x : a + u.$$

D'où l'on tire

$$\overline{a + t \mp x}.\ dx = \overline{\pm y \mp z}.\ dy.$$

$$\overline{a + t \mp x}.\ du = \overline{a + u}.\ dy.$$

Ces Equations expriment le rapport des coördonnées de la Courbe qu'on développe, aux coördonnées de la Courbe qui résulte du développement; soit vers la concavité, soit vers la convexité.

I.

† Fig 10.

Il est clair qu'afin que la Courbe qui résulte du développement soit géométrique, il faut que celle qu'on développe soit géométrique, & de plus rectifiable. Dans tous les autres cas, la Courbe qui résulte du développement sera méchanique.

JE ne saurois finir sans appliquer ce développement à la Spirale logarithmique; & ce sera un exemple du développement des Courbes dont les ordonnées partent d'un pôle.

* Soit la Spirale logarithmique AM, dont l'ordonnée $AM = y$; &ont l'Equation est $n\,dx = m\,dy$. $m < n$.

L'on sait qu'ayant tiré par A la droite TC perpendiculaire à AM, la tangente MT est égale à la Courbe AM; & le rayon MC de la Développée à l'ordinaire va rencontrer son infiniment proche mC au point C sur cette perpendiculaire, & y forme un des points de la Développée de M. *Huigens* qui est la même Spirale logarithmique.

Si l'on développe maintenant la Courbe AM vers la concavité par un fil perpendiculaire, & égal à l'arc AM; ayant tiré par L point que le fil trace, la ligne LD parallele à AC, il est évident que les Triangles MRm, MTA, MAC, MDL sont semblables: mais MDL est égal à ATM à cause de $ML =$ l'arc $AM = MT$.

L'on

* Fig. 11.

L'on a donc $AM = y = DL$.

$$Mm = \frac{dy}{n}\sqrt{m^2 + n^2} = Bl.$$

$$\text{L'arc } AM = \frac{y}{n}\sqrt{m^2 + n^2} = ML.$$

$$MC = \frac{y}{m}\sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$LC = \frac{\overline{ny - my}}{mn}\sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$AD = \frac{ny - my}{n}.$$

Et à cause des secteurs semblables,

$$CM \quad : \quad Mm \quad :: \quad CL$$

$$\frac{y}{m}\sqrt{m^2 + n^2} : \frac{dy}{n}\sqrt{m^2 + n^2} :: \frac{\overline{ny - my}}{mn}\sqrt{m^2 + n^2}$$

$$: \quad LB.$$

$$: \frac{\overline{n - m}\,dy}{n^2}\sqrt{m^2 + n^2}$$

Et faisant $AL = z$.

$LP = dt$.

L'on aura

$LB^2 + lB^2 = LP^2 + lP^2$, qui donne l'Equation.

$$(A)\ \overline{m^4 - 2m^3n + 3m^2n^2 - 2mn^3 + 2n^4}.dy^2 = n^4.$$
$$dz^2 + dt^2.$$

L'on a de plus, à cause de $AD^2 + DL^2 = AL^2$.

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2}.\ y^2 = n^2 z^2.$$

D'où l'on tire

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2}.\ dy^2 = n^2 dz^2.$$

Et

Et ſubſtituant cette valeur de dy^2 dans l'Equation *A*, l'on trouvera

$$m\,dz = n\,dt.$$

qui fait voir que la Courbe qui réſulte de notre dévelopement, eſt la même Spirale logarithmique ; qui ſe trouve ici placée entre celle qu'on dévelope, & la Dévelopée à la maniere de M. *Huigens*.

* Il peut arriver différens cas ; lorſque $m > n$, le fil ſe croiſe auparavant de décrire la Courbe qui réſulte du dévelopement ; qui cependant eſt encore la même ſpirale Logarithmique.

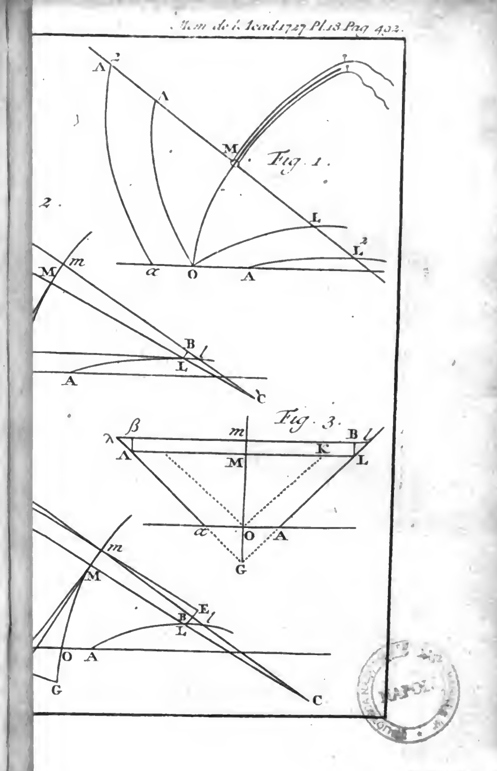
Enfin lorſque $m = n$ les points *L* & *C* ſe réuniſſent, & la nouvelle Spirale logarithmique tombe ſur la Dévelopée de M. *Huigens*.

Dans tous ces cas, ſi l'on dévelope la Spirale logarithmique *A M* par la convexité, la nouvelle Spirale *A* Λ ſera toujours la même que celle qu'on dévelope.

Voilà encore une nouvelle merveille ajoûtée à une Courbe, à qui ſes ſingulieres propriétés avoient déja fait donner le nom de *Spirale merveilleuſe*.

* Fig. 12.

EX-


Fig. 1.
Λ
Λ
M
L
L
α
O
A
2.
M
m
B
l
L
A
C
Fig. 3.
λ
β
m
B
l
Λ
M
K
L
α
O
A
G
m
M
E
l
B
L
O
A
G
C

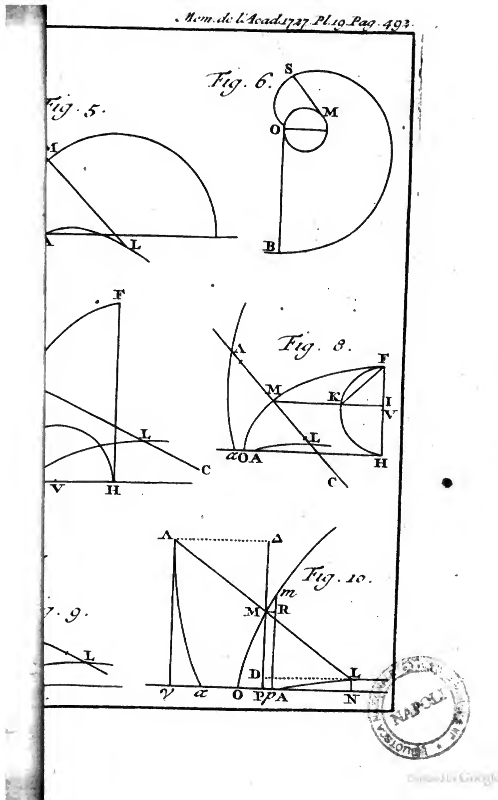
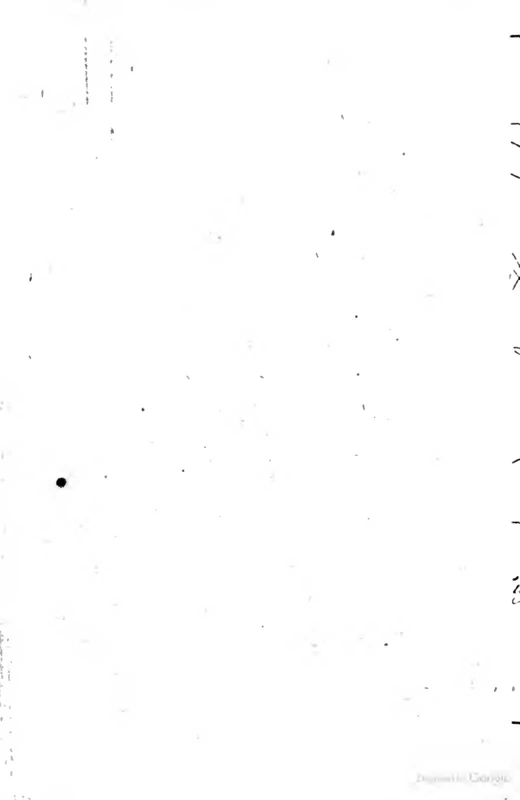
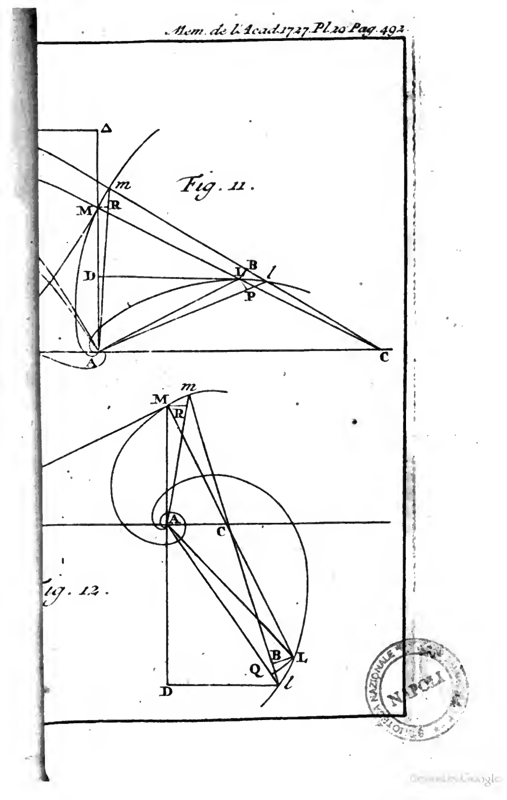
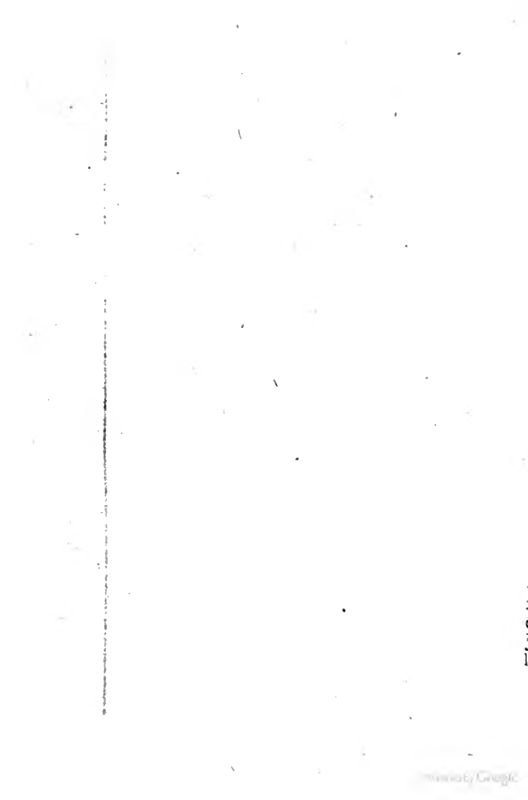


Fig. 5.
M
A
L
Fig. 6.
S
M
O
B
F
L
C
V
H
Fig. 8.
A
F
M
K
I
V
L
α O A
H
C
Fig. 9.
L
Λ
Δ
Fig. 10.
m
M
R
D
L
γ
α
O
P p A
N




Δ
m
Fig. 11.
M
R
B
D
L
l
P
A
C
m
M
R
A
C
Fig. 12.
B
L
Q
D
l



EXPLICATION
DES TABLES
DU PREMIER SATELLITE
DE JUPITER;

Avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite.

Par M. MARALDI. *

LES Tables des Satellites de Jupiter que feu M. Caſſini a publiées en 1693, contiennent deux Méthodes de calculer leurs Eclipſes. Dans l'une, il employe les moyens mouvemens ; & dans l'autre, il ſe ſert de leurs révolutions. Dans la premiere il ſuppoſe l'orbe de chaque Satellite à peu près concentrique à Jupiter, autour duquel le Satellite ſe meut également, parcourant des parties égales en tems égaux. Il conſidere une ligne droite, qui partant du centre de leurs moyens mouvemens, eſt parallele à celle qui étant tirée du centre du moyen mouvement de Jupiter, va au commencement d'*Aries*. Cette ligne qui part du centre de Jupiter, marque dans l'orbe de chaque Satellite un point qui ſera le premier point d'*Aries*. C'eſt

* 15 Janv. 1727.

C'eſt de ce point que commence la diviſion de leurs cercles en douze Signes du même nom que ceux du Zodiaque, & qui eſt pris pour terme des moyens mouvemens de chaque Satellite, comme l'on fait communément à l'égard de tous les mouvemens céleſtes; ainſi un Satellite aura fait le cercle entier, ou le tour du Zodiaque à l'égard du centre de Jupiter, quand il ſera retourné à ce point de ſon orbite après en être parti.

Quand donc Jupiter par ſon mouvement ſera au premier degré d'*Aries*, & qu'un Satellite ſe trouvera avec Jupiter dans ſa conjonction ſupérieure, le Satellite aura la même longitude que Jupiter; le Satellite ſera en *Cancer*, quand à l'égard du même point, il aura parcouru la quatrieme partie de ſon cercle, & en *Libra* quand il en aura parcouru la moitié; ainſi des autres. On conſidere donc les moyens mouvemens des Satellites à l'égard du centre de leurs cercles, comme l'on fait les moyens mouvemens des autres Planetes à l'égard du point où ſe fait ce mouvement.

Je ne m'arrêterai point à faire voir les principes ſur leſquels eſt fondée la méthode de calculer leurs Eclipſes par les moyens mouvemens: il ſuffira d'expoſer ceux que ſuppoſe la ſeconde méthode, qui eſt beaucoup plus facile que la premiere, & qui ſe fait par l'addition & par la ſouſtraction de certains nombres, dont on ne voit pas d'abord la raiſon. L'explication de la ſeconde méthode ſervira à faire voir les principes qu'on ſuppoſe dans la premiere, & qui ſont les mêmes dans l'une

&

& dans l'autre, quoiqu'on les employe d'une maniere un peu différente.

Dans la seconde méthode de calculer les Eclipses du premier Satellite, on employe ses révolutions autour de Jupiter, qui sont considerées d'une maniere un peu différente que les moyens mouvemens. Car on prend les révolutions, non pas à l'égard du point d'*Aries*, comme l'on fait les moyens mouvemens, mais à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter; & comme cette Planete se meut par son mouvement propre d'Occident en Orient, il résulte que le retour du Satellite à l'égard de cette ligne qui va du Soleil à Jupiter, est un peu plus long qu'à l'égard de la ligne qui est dirigée au commencement d'*Aries*: car afin que le Satellite fasse sa révolution à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter, il faut qu'il parcoure son cercle entier, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter a parcouru dans l'espace d'une révolution du Satellite. Le tems que le Satellite employe à parcourir son cercle, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter parcourt en même tems sur son orbite, est donc appellée révolution du Satellite.

On distingue ces révolutions en moyennes qui sont égales entre elles, & en véritables ou apparentes qui sont inégales; & on se sert des moyennes pour trouver les véritables.

M. Cassini prend les révolutions moyennes à l'égard de la ligne qui marque le moyen mouvement de Jupiter; cette ligne part d'un point pris sur l'Axe de l'orbite de Jupiter é-

éloigné du Soleil de l'excentricité de Jupiter, & va au centre de cette Planete. Cette ligne se meut de sorte qu'elle fait avec l'Axe de l'orbite un angle, qui depuis l'Aphélie augmente toujours également en tems égaux jusqu'au Périhélie, & en fait de même depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie.

Cette même ligne du moyen mouvement de Jupiter prolongée jusqu'à la partie supérieure de l'orbe du Satellite, fait le même angle avec la ligne tirée par le centre de Jupiter, parallelement à celle de l'Axe de son orbite. L'Axe de l'ombre de Jupiter où arrivent les Eclipses des Satellites, se rencontre dans la ligne du vrai mouvement, & elle fait un angle au centre de Jupiter avec la ligne du moyen mouvement, qui est appellé Angle de l'Equation périodique ou de premiere Equation: il augmente depuis l'Aphélie ou depuis le Périhélie jusqu'à la moyenne distance entre l'un & l'autre terme; & il diminue, Jupiter allant des moyennes distances jusqu'à l'Aphélie, ou jusqu'au Périhélie, où il se réduit à rien.

La portion de l'orbe du Satellite compris entre la ligne du moyen mouvement de Jupiter & celle du vrai qui se croisent au centre de Jupiter, est la mesure de l'angle de l'Equation de Jupiter; il mesure encore l'inégalité du mouvement de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du Satellite qui est la distance entre la ligne du moyen mouvement, qui se meut également dans l'orbe du Satellite, & l'ombre même de Jupiter. Les révolutions du Satellite qui se prennent à l'égard de la ligne du moyen

moyen mouvement de Jupiter seront donc égales entre elles, & les révolutions qui se terminent à la ligne du vrai mouvement seront inégales, & la différence qu'il y a entre les unes & les autres est mesurée par le tems que le Satellite employe à parcourir l'arc compris entre ces deux lignes; ce tems ayant la même proportion au tems d'une révolution entiere du Satellite, que cet arc a au Cercle entier. Par les révolutions moyennes on trouve les conjonctions moyennes du Satellite, & les conjonctions moyennes servent à trouver les véritables par la différence du tems qu'il y a entre les unes & les autres.

Dans l'Aphélie & dans le Périhélie, les véritables conjonctions concourent avec les moyennes. Quand Jupiter quitte son Aphélie & va vers le Périhélie, ce tems se soustrait de l'heure de la conjonction ou Eclipse moyenne, parce que le Satellite dans sa révolution rencontre l'ombre de Jupiter, où se fait l'Eclipse, avant que de rencontrer le lieu où se termine la conjonction moyenne; mais lorsque Jupiter va du Périhélie à l'Aphélie, la différence du tems s'ajoûte au tems de la moyenne conjonction, parce qu'en ce cas le Satellite rencontre la ligne du moyen mouvement avant que d'arriver à l'ombre: par cette Equation les conjonctions véritables accelerent, & les révolutions du Satellite sont plus courtes que les moyennes depuis l'Aphélie jusqu'aux moyennes distances; mais depuis ce terme jusqu'au Périhélie, les conjonctions retardent & les véritables révolutions sont plus longues que les moyen-

 nes;

nes; depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie, il arrive le contraire de ce qui a été remarqué dans le premier demi-cercle.

Pour distribuer cette inégalité aussi-bien que les autres qui se trouvent dans le mouvement du premier Satellite, M. Cassini a cru que la maniere la plus commode pour le calcul des Eclipses, étoit de donner dans des Tables la partie de ces inégalités qui convient à chaque revolution; car comme les Eclipses sont ce qu'il y a de plus important à observer dans le mouvement des Satellites, il n'y a rien aussi qui facilite davantage le calcul de ces Eclipses, que d'avoir ces Equations calculées pour le tems de chaque Eclipse: par-là on n'a pas besoin de prendre des parties proportionelles; on voit aussi-tôt la différence de chaque révolution moyenne à l'égard de la véritable, & on tire la vraye révolution suivante, de la précédente.

Pour cet effet, il s'est avisé par un art très-ingenieux de diviser l'Orbe de Jupiter en autant de parties qu'il y a de révolutions ou d'Eclipses du premier Satellite dans le tems que Jupiter employe à parcourir son Orbe, après avoir déterminé par la comparaison des observations des plus anciennes Eclipses avec les modernes, le nombre des révolutions comprises entre les unes & les autres. Voici de quelle maniere il s'y est pris.

On trouve qu'en 12 années Juliennes 22h 42′ 12″ le premier Satellite fait 2477 retours à l'ombre de Jupiter, comme il paroît par la Table des révolutions des années.

En 12 années Juliennes Jupiter fait une ré-

révolution par le Zodiaque & de plus 4° 21′ 24″, comme il est constant par les Tables les plus exactes de cette Planete; en 22h 42′ 12″, tems que 2477 révolutions surpassent 12 années Juliennes, Jupiter par son moyen mouvement fait 4′ 42″; donc en 12 années Juliennes 0 jours 22h 42′ 12″ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, Jupiter parcourt son cercle entier & de plus 4° 26′ 6″; mais le mouvement de l'Aphélie de Jupiter en 12 années est 10′ 6″, suivant l'ordre des Signes; donc en 12 années Juliennes 22h 41′ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, le mouvement de Jupiter à l'égard de son Aphélie, outre le cercle entier, est de 4° 16′.

Maintenant le premier Satellite de Jupiter fait 29 révolutions en 51 jours 7h 49′ 24″, comme il paroît par la Table des mois. Dans cet intervalle le moyen mouvement de Jupiter est 4° 16′, égal par conséquent à l'excès que le mouvement de Jupiter fait en 2477 révolutions. Si l'on ôte ces 29 révolutions de 2477, on aura 2448 révolutions précisément égales au tems d'une révolution de Jupiter à l'égard de son Aphélie.

Supposant donc que le Satellite acheve ce nombre de révolutions dans le retour de Jupiter à son Périhélie, on donne calculée dans la Table qui commence à la page 21 & finit à la page 38, la partie de l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution, en commençant du Périhelie, & passant successivement par toutes les révolutions jusqu'à l'Aphélie.

Ce nombre de 2448 par une rencontre heureuse se trouve commode pour cette distribution, à cause du grand nombre des parties aliquotes qu'il contient ; car puisque 2448 représente le Cercle entier de l'anomalie de Jupiter, 1224 en donne le demi-Cercle, 612 en donne le quart ou trois Signes, 408 deux Signes, 204 un Signe, 34 révolutions, 5 degrés ; ainsi des autres, comme l'on peut voir dans la Table qui est à la page 20.

Pour calculer l'Equation qui convient à chaque révolution du Satellite, on a supposé celle qui se trouve dans les Tables qui représentent mieux les observations de Jupiter ; différentes Tables la faisant un peu différente. Pour cette recherche on a préféré les Tables Rudolphines qui supposent cette Equation dans les moyennes distances, où elle est plus grande, de 5°. 30′, & sa distribution par l'Orbe de Jupiter comme elle est supposée par Kepler ; ayant donc calculé l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution du premier Satellite à commencer du Périhelie, on l'a convertie en tems, en raison d'un jour 18 heures 28 minutes 36 secondes pour 360 degrés. Ce tems calculé pour chaque révolution, qui marque la différence entre les Eclipses moyennes & véritables, va en augmentant depuis le Périhélie jusques aux moyennes distances, où il est 39′ 8″, comme l'on peut voir par la Table qui commence à la page 21, où le nombre premier qui est dans la premiere colomne, marque le nombre des révolutions à commencer du Périhélie ; & les minutes & secondes qui y ré-

répondent dans la seconde colomne, sont ce qu'il faut ajoûter aux révolutions moyennes pour avoir les véritables depuis o jusqu'au nombre 1224, & ce qu'il faut ôter des moyennes pour avoir les véritables depuis le nombre 1224 jusqu'à 2448; ainsi le nombre premier marque le nombre des révolutions du premier Satellite depuis le Périhélie de Jupiter, & les minutes & secondes qui répondent au nombre premier sont l'Equation de Jupiter convertie en tems qui convient aux mêmes révolutions. Voilà l'explication du nombre premier & de l'Equation qui se prend par le moyen de ce nombre; on donnera dans la suite l'explication du nombre second qui est dans la troisieme colomne de la même Table.

Après avoir cherché la premiere inégalité des révolutions, il est nécessaire de savoir en quel endroit du Ciel cette inégalité doit commencer, ce qui dépend du lieu où se trouve le Périhélie de Jupiter dans le Zodiaque, & du tems auquel cette Planete y passe.

Les Astronomes ne s'accordent pas dans la situation du Périhélie de Jupiter, à cause de la grande difficulté de le déterminer avec précision; & la différence qu'il y a dans cette détermination entre divers Astronomes est si grande, qu'elle peut produire une erreur de 4 ou 5 minutes de tems dans le calcul des Eclipses du premier Satellite. Dans cette diversité d'hypotheses, M. Cassini a suivi celle qui s'approchoit le mieux de ce qu'il avoit déterminé lui-même, & qui en même tems représentoit plus précisément les Eclipses du

premier Satellite. Il ſuppoſe donc le lieu du Périhélie de Jupiter en 1700 au 10° 20′ de *Libra*, d'où il réſulte que Jupiter paſſa par cet endroit l'an 1702 le 13 d'Octobre; ainſi ce jour-là de l'an 1702, le nombre premier fut 2448 ou zero. Pour trouver quel étoit le nombre premier en 1700 qui eſt l'époque qu'il a priſe dans ſes calculs, il faut conſidérer que depuis le commencement de l'année 1702 juſqu'au 13 d'Octobre il y a 162 révolutions du premier Satellite, & qu'en deux années Juliennes compriſes depuis 1700 juſqu'en 1702 il y a 413 révolutions; donc depuis le commencement de l'année 1700 juſqu'au 13 d'Octobre 1702, il y a 575 révolutions du premier Satellite, qui étant ôtées de 2448 on aura 1873, époque du nombre premier pour le commencement de l'année commune 1700, telle qu'elle eſt dans les préceptes: par un ſemblable raiſonnement on trouvera le nombre premier pour l'année 1600, ou pour toute autre époque que l'on voudra.

Après l'explication du nombre premier qui ſert à trouver la premiere inégalité des révolutions du premier Satellite, il faut rendre raiſon du nombre ſecond, qui ſert à connoître la ſeconde inégalité; car les Eclipſes du premier Satellite ne ſont pas ſeulement ſujettes à l'inégalité qui dépend du mouvement de Jupiter, elles en ont encore une ſeconde dont la période s'acheve au retour de Jupiter à la même ſituation du Soleil vue de la Terre.

Le tems du retour de Jupiter à ſon oppoſition, ou à ſa conjonction avec le Soleil, eſt in-

inégal par deux causes différentes; l'une dépend de l'inégalité du mouvement de Jupiter sur son orbite; l'autre du mouvement du Soleil autour de la Terre, ou de la Terre autour du Soleil: mais le tems dans lequel se fait une révolution moyenne qui n'est pas sujette à ces inégalités, est d'une année commune, 34 jours & près de deux heures, ou de 399 jours & près de deux heures. Dans l'intervalle d'une année, 33 jours 5^h 16′ il y a 225 revolutions du premier Satellite; donc entre le retour moyen de Jupiter à l'opposition, & 225 révolutions du premier Satellite, il y a 20 heures 34 min. de différence, dont les 225 révolutions sont plus courtes: ces 20 heures 34 min. font quatre dixiemes de révolution; donc le tems du retour de Jupiter à son opposition moyenne est mesuré par 225 révolutions moyennes du premier Satellite & $\frac{4}{10}$. On prend le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil pour époque de ces révolutions qui sont désignées par le nombre second; ainsi le nombre second marquera le nombre des révolutions depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil qui la précéde; ce nombre se termine à l'opposition suivante, & il sert à règler la seconde inégalité qui convient à chaque révolution.

Mais pour faire la distribution de la seconde inégalité à chaque révolution, il faut connoître quelle est la plus grande, en quel endroit elle arrive, & par quelles règles elle varie. M. Cassini a conclu la plus grande inégalité par celle qu'il a trouvée près des quadratures de Jupiter avec le Soleil; car

ayant calculé en cet endroit les Eclipses du premier Satellite par rapport aux époques qu'il avoit établies dans les oppositions, il a reconnu que les conjonctions calculées par la premiere Equation, différoient d'un degré entier, ou un peu plus à l'égard des conjonctions du premier Satellite qu'on trouvoit par les observations immédiates; de sorte que ce Satellite dans les quadratures a un degré environ d'Equation soustractive à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, ce qui lui fit conclure qu'elle alloit en augmentant jusqu'aux conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où elle devoit être plus de deux degrés, & le double plus grande que près des quadratures. Le premier Satellite parcourt deux degrés de son orbite en 14′ 10″ de tems; & parce que entre une opposition moyenne de Jupiter avec le Soleil, & la conjonction suivante, il y a la moitié de l'intervalle qui est entre une opposition moyenne & la suivante, égal à 225 revolutions, il suit qu'entre l'opposition & la conjonction il doit y avoir 112 révolutions: c'est par cette raison que dans la Table qui commence à la page 39 au nombre 112 répond 14′ 10″ d'Equation qu'il faudroit faire au Satellite, lorsque Jupiter est en conjonction avec le Soleil, si ces Eclipses étoient visibles en cet endroit. Cette Equation a été distribuée à chaque révolution comprise entre la conjonction & l'opposition de Jupiter, en raison du sinus verse de la distance de Jupiter à l'égard du Soleil vue de la Terre.

Telle est la construction de la Table de la se-

ſeconde inégalité qui ſe prend avec le nombre ſecond, qui, comme nous avons déja dit, déſigne les révolutions du Satellite depuis l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil juſqu'à la ſuivante. La Table de cette Equation ſe trouve à la page 39 & 40.

On remarquera ici que cette Table ſuppoſe que le Satellite a la même inégalité à pareilles diſtances de l'oppoſition, & que l'Equation qui convient à l'Eclipſe d'un Satellite avant l'oppoſition, eſt la même que celle qui lui convient dans un pareil nombre de révolutions après l'oppoſition; mais cela n'eſt pas toûjours conforme aux obſervations, ainſi que M. Caſſini l'a reconnu lui-même, ce qui a été auſſi confirmé par les obſervations que nous avons continué de faire, & que nous rapporterons dans la ſuite de ce Mémoire.

Cette Equation eſt ſouvent différente non ſeulement dans la même année à égale diſtance de l'oppoſition, mais elle n'eſt pas la même 12 ans après, lorſque Jupiter retourne au même lieu du Zodiaque. Ces deux mêmes variations qui arrivent à la ſeconde inégalité s'obſervent encore dans les trois autres Satellites, & elles ſont beaucoup plus ſenſibles & plus grandes dans ces Satellites que dans le premier, ainſi que nous le ferons voir dans une autre occaſion.

A l'égard du nombre ſecond des Tables du premier Satellite, il reſte à rendre raiſon des Equations qu'il y a à faire.

Pour comprendre ces Equations, il faut conſidérer que ſi le mouvement de Jupiter étoit égal auſſi bien que celui du Soleil, en-

tre une opposition de Jupiter & la suivante il y auroit toûjours le même intervalle de tems, ou un égal nombre de révolutions du premier Satellite, qui est de 225 $\frac{4}{10}$, tel que nous l'avons trouvé ci-dessus : mais parce que le mouvement vrai de ces deux Planetes est tantôt plus vîte, tantôt plus lent que le moyen, il en résulte qu'entre une opposition de Jupiter avec le Soleil & l'autre, il y a tantôt un plus long intervalle de tems, & tantôt un peu plus petit, & par conséquent un plus grand nombre de révolutions que 225, ou un plus petit; & comme la différence entre une opposition & l'autre vient en partie de l'inégalité du mouvement du Soleil, & en partie de celle du mouvement de Jupiter, on considere à part la différence que chacune de ces inégalités y peut apporter.

Pour commencer par celle du Soleil; lorsque cette Planete se trouve dans son périgée ou dans son apogée, ce qui arrive sur la fin de Decembre, & sur la fin de Juin, il ne doit pas y avoir de différence par cette cause entre les révolutions moyennes & les véritables, parce qu'alors le lieu véritable du Soleil concourt avec le moyen; mais à égale distance du périgée & de l'apogée, le lieu moyen du Soleil est différent du véritable de son Equation, qui dans les moyennes distances est près de deux degrés, ce qui arrive sur la fin de Mars & de Septembre : les révolutions véritables doivent donc être différentes des moyennes, & la différence est causée par l'inégalité du mouvement du Soleil, qui est près de deux degrés. Or le Soleil ne par-

court

court ces deux degrés qu'en deux jours; dans ces deux jours il y a une révolution entiere du premier Satellite, & de plus $5^h\ 31'$, qui font environ deux dixiemes de révolution: c'est donc là la différence qu'il peut y avoir par cette raison entre les révolutions moyennes & les véritables. C'est pourquoi dans les révolutions qui sont dans la Table des mois, le nombre second concourt avec le premier au commencement de Janvier, pourquoi ils différent d'une révolution & deux dixiemes au mois de Mars, & qu'ils concourent de nouveau à la fin de Juin, & enfin pourquoi ils sont de nouveau différens d'une révolution & deux dixiemes à la fin de Septembre.

Il sera aisé de voir pourquoi le nombre second va en augmentant à l'égard du premier depuis le commencement de l'année jusqu'à la fin de Mars, & qu'il diminue ensuite jusqu'en Juillet; pourquoi depuis ce terme le nombre second est plus petit que le premier, & va toûjours en diminuant jusqu'à la fin de Decembre, où le nombre second est le même que le premier.

Il reste à rendre raison du nombre second qui est dans la grande Table de la premiere Équation. Ce nombre est proprement une Equation qu'il faut faire au nombre second, à cause de l'inégalité du mouvement de Jupiter, qui fait que les oppositions moyennes de Jupiter avec le Soleil ne concourent pas le plus souvent avec les véritables, & cause une variation dans le nombre des révolutions du premier entre une véritable opposition & la suivante, outre celle que nous avons remar-

mar-

marqué venir du Soleil, de ſorte qu'elles ſont tantôt plus, tantôt moins que 225; ainſi pour avoir les véritables conjonctions du Satellite qui ſont échûes depuis l'oppoſition, il faut faire au nombre ſecond l'Equation qui eſt convenable à l'inégalité du mouvement de Jupiter, de même que pour avoir le nombre des conjonctions du Satellite, qui ſont échûes après l'oppoſition; & qui ſervent à trouver la ſeconde Equation, qui leur convient.

Pour comprendre la raiſon de ce nombre, il faut conſidérer, comme nous avons déja dit, que l'Equation de Jupiter eſt nulle dans le Périhélie & dans l'Aphélie; que depuis ces termes elle va en augmentant juſqu'aux moyennes diſtances, où elle monte à 5 degrés & demi; les conjonctions moyennes dans ces endroits différent donc d'autant des véritables comme elles ſont vues du Soleil. Or le Soleil, par ſon mouvement, parcourt l'intervalle de 5 degrés & demi en 5 jours & demi, dans leſquels il y a un peu plus de trois révolutions du premier Satellite; il y a donc dans les moyennes diſtances un peu plus de trois révolutions du Satellite entre les conjonctions moyennes & les véritables.

Dans le Périhélie & dans l'Aphélie les conjonctions moyennes concourent avec les véritables, c'eſt pourquoi il n'y a point d'Equation à faire au nombre ſecond. Depuis le Périhélie juſqu'à l'Aphélie le Satellite arrive plutôt à la ligne des véritables conjonctions qu'à celles des moyennes, c'eſt pourquoi il faut ôter du nombre ſecond cette Equation des révolutions moyennes pour avoir les véritables;

bles ; mais depuis l'Aphélie jusqu'au Périhélie, il faut l'ajoûter par une raison contraire.

Tout ce que nous avons dit jusqu'à présent regarde le calcul des conjonctions du Satellite qui se font lorsqu'il arrive à peu près au milieu de sa course dans l'ombre de Jupiter ; mais le Satellite n'est point visible en cet endroit. On peut observer seulement, à l'égard du premier Satellite, son entrée dans l'ombre, ou sa sortie, & jamais l'une & l'autre dans la même Eclipse ; ainsi quand on a trouvé par le calcul l'heure de la conjonction du Satellite, pour avoir celle de son entrée dans l'ombre, il faut connoître le tems qu'il employe à la parcourir : car sa moitié étant ôtée de l'heure de la conjonction, donne le tems de son immersion ou de son entrée dans l'ombre, qui est la phase visible depuis la conjonction de Jupiter avec le Soleil jusqu'à son opposition. La même demi-incidence dans l'ombre ajoûtée à l'heure de la conjonction, donne le tems de son émersion ou de sa sortie de l'ombre, qui est la phase qui se peut observer depuis l'opposition jusqu'à la conjonction suivante de Jupiter avec le Soleil. Il faut donc avoir le tems que le Satellite employe à parcourir l'ombre de Jupiter, ou la durée des Eclipses.

Mais la durée des Eclipses du Satellite dépend de différens principes. Il faut premierement connoître la situation des nœuds des Satellites avec l'orbite de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle

de

de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite ; car ces trois principes concourent à déterminer la durée des Eclipses, & à connoître les règles avec lesquelles elle varie dans les différens endroits du Zodiaque.

Lorsque Jupiter, vu du Soleil, se trouve dans les nœuds des Satellites, la durée des Eclipses est la plus grande de toutes, parce que l'incidence du Satellite dans l'ombre, ou la partie de son orbe qu'il parcourt dans l'ombre, est pour-lors représentée par le diametre de cette ombre. Quand Jupiter, vu du Soleil, est éloigné des nœuds du Satellite, la durée des Eclipses est représentée par une Corde qui est d'autant plus petite, que Jupiter est éloigné des nœuds; ainsi pour avoir la durée des Eclipses, il faut considérer cette distance des nœuds, qui avec la déclinaison de l'orbe du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, détermine la latitude du Satellite, laquelle étant comparée avec le diametre que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, fait connoître la partie de l'orbe du Satellite qui tombe dans l'ombre; cette portion de l'orbite du Satellite étant comparée avec le tems de la révolution entiere du Satellite, donne la durée de l'Eclipse. Il est donc nécessaire de connoître pour cela la situation des nœuds des Satellites, leur inclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite.

Pour connoître la grandeur que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, il faut avoir le

le diametre du Soleil, tel qu'il seroit vu de Jupiter, ce que l'on trouve par son diametre vu de la Terre, & par la proportion des distances de Jupiter au Soleil, & du Soleil à la Terre. Il faut savoir en second lieu le diametre de Jupiter vu du Soleil, ce qu'il faut conclure de l'apparence qu'il fait à la Terre, & de la proportion des mêmes distances de Jupiter & de la Terre à l'égard du Soleil. Enfin pour avoir la grandeur de l'ombre dans l'orbe du Satellite, il est nécessaire de savoir encore le rapport du diametre de Jupiter au diametre de l'orbe du Satellite. Voilà ce qui est nécessaire de savoir, pour connoître la grandeur de l'ombre, qui est un des principes qui servent à trouver la durée des Eclipses.

Le second principe qui sert au même usage, est la situation des nœuds des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter. Si dans la même Eclipse l'on pouvoit observer l'entrée & la sortie du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, par les observations assidues des mêmes Eclipses, on pourroit trouver cette situation; car en les comparant ensemble, on auroit celles de la plus longue durée, & le lieu de Jupiter où elles arrivent donneroit la situation des nœuds des Satellites: mais comme on ne peut pas observer dans la même conjonction du premier Satellite qu'une de ces phases, on ne peut pas employer cette méthode qui seroit des plus simples; il a donc fallu avoir recours à d'autres plus composées. On s'est servi des conjonctions apparentes du premier Satellite dans la partie inférieu-

rieure de ſon cercle, dans leſquelles on peut obſerver l'entrée dans Jupiter & ſa ſortie, pour avoir la durée totale. Mais comme elle eſt un peu différente de la durée dans l'ombre qui arrive dans la même révolution, & que d'ailleurs la plus longue durée dans l'ombre n'arrive pas dans la même révolution de la plus longue durée dans le diſque, M. Caſſini a été obligé de chercher une méthode de trouver la différence qu'il y a entre une apparence & l'autre, en réduiſant par les hypotheſes du mouvement de Jupiter & du Soleil, les apparences qui s'obſervent de la Terre à celle qui ſeroient vues du Soleil. Il ſeroit trop long de rapporter ici les différentes méthodes dont il s'eſt ſervi pour cette recherche, & qu'on peut voir dans ſon Traité ſur les hypotheſes des Satellites de Jupiter.

Enfin pour avoir la durée des Eclipſes du premier Satellite de Jupiter, par tous les degrés de ſon orbite où cette Planete ſe trouve, il faut connoître l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, qui eſt un des principes qui, comme nous avons dit, concourent à déterminer leur durée.

On eſt parvenu à cette connoiſſance par l'obſervation des plus grandes latitudes du Satellite vues de la Terre & comparées au diametre de Jupiter, ce qui demande des obſervations de pluſieurs années pour ſavoir quelles ſont les plus grandes, & en quel endroit du Ciel elles arrivent. On trouve encore l'inclinaiſon par la plus grande durée & par la plus courte des conjonctions inférieures du premier Satellite avec Jupiter; car comme l'on peut

peut observer en cet endroit son entrée dans Jupiter & sa sortie de Jupiter, on connoîtra la durée, ce qui ne demande pas une moindre suite d'observations pour savoir quelle est la plus grande & quelle est la plus courte. La plus grande durée mesure l'arc du Satellite compris par le diametre de Jupiter; la plus courte mesure l'arc par lequel le Satellite parcourt une corde de ce disque : ces deux arcs sont deux côtés d'un triangle rectangle, par le moyen duquel on trouve la latitude du Satellite dans la conjonction par rapport au centre apparent de Jupiter. Cette latitude ainsi trouvée, seroit égale à la déclinaison vue de Jupiter, si au tems de l'observation de la plus grande & de la plus courte durée, cette Planete n'avoit point de latitude: mais comme cela n'arrive presque jamais, il a fallu réduire par des méthodes particulieres cette déclinaison ainsi trouvée, à celle qui seroit vûe de Jupiter par rapport à son orbite, qui est la véritable déclinaison de l'orbe du Satellite.

Voilà les observations qui ont été nécessaires, & les voyes qu'il a fallu suivre pour calculer la durée des Eclipses du premier Satellite qui est à la page 41 des Tables de M. Cassini.

On prend la demi-durée des Eclipses avec le nombre premier qui, comme nous avons dit, marque les révolutions de ce Satellite depuis le Périhélie de Jupiter. Le nœud ascendant des Satellites où est la plus longue durée, a été déterminé au 14° 30′ d'*Aquarius*. Le Périhélie de Jupiter étant au 10° d'*Aries*, il suit

ſuit que de ce dernier terme au 14° 30′ du Lion oppoſé à *Aquarius*, il y a 800 révolutions du premier ; donc quand le nombre premier ſera 800, Jupiter ſera dans le nœud deſcendant des Satellites, il marquera pour-lors la plus longue durée de ſes Eclipſes. Il en ſera de même, lorſque le nombre premier ſera 2098, car Jupiter ſera pour-lors dans le nœud aſcendant des Satellites ; & comme le nombre premier marque les différens points de l'orbe de Jupiter, il ſervira à connoître la durée des Eclipſes dans ces mêmes points.

Ce ſont-là les principes qui ont été employés dans les Tables du premier Satellite, & c'eſt-là la méthode que M. Caſſini a donnée pour calculer ces Eclipſes. Ces Tables ont été faites avec un tel art, que quoiqu'elles ſuppoſent les moyens mouvemens du Soleil & de Jupiter, auſſi-bien que leurs véritables & les diſtances de ces deux Planetes vues de la Terre, connus pour le tems de chaque Eclipſe du Satellite, on n'a pas beſoin de les calculer, mais à leur place on employe ſes révolutions qui ſervent de meſure pour connoître ces différens mouvemens. Cette méthode facilite les calculs de ces Eclipſes à un tel point, qu'ils peuvent être faits par ceux mêmes qui n'ont aucun principe d'Aſtronomie, pourvu qu'ils ſachent ſeulement les règles de l'addition & de la ſouſtraction.

Ces Tables ainſi conſtruites, repréſentoient avec aſſés de préciſion toutes les obſervations qu'on avoit faites juſqu'en 1693, qui fut l'année de leur édition. Cependant, comme par

par la ſuite des obſervations les hypotheſes des mouvemens céleſtes ſe perfectionnent toûjours davantage, ſur-tout ceux des Satellites, qui ne ſont connus que depuis ſi peu de tems, & dont nous n'avons d'obſervations un peu exactes de leurs Eclipſes que depuis 1650; feu M. Caſſini, cinq années après l'édition de ſes Tables, ayant compté les obſervations les plus éloignées entre elles qu'il avoit faites alors par lui-même, trouva que les revolutions du 1er. Satellite ſuppoſées dans les Tables, étoient un peu trop longues, & qu'il falloit ôter une ſeconde de tems à 25 révolutions du premier, ce qui fait 8 ſecondes de tems en 206 révolutions compriſes dans une année: ainſi ôtant 8 ſecondes à la derniere révolution des mois qui ſe termine au 30 Décembre $14^h\ 11'\ 36''$, on aura à la place 30 $14^h\ 11'\ 28''$: il en ſera de même dans les autres années à proportion; ce qui eſt une correction qui ſe peut faire aiſément aux Tables.

Après cette correction faite aux révolutions moyennes, M. Caſſini ayant comparé les Eclipſes obſervées près des moyennes diſtances, lorſque Jupiter alloit de ſon Aphélie à ſon Périhélie, il reconnut qu'elles avoient une Equation ſouſtractive de 40 ou 41 minutes de tems; & lorſqu'il alloit du Périhélie à l'Aphélie près des moyennes diſtances, elles en avoient une Equation additive à peu près de 41'; ainſi dans l'une & dans l'autre ſituation l'Equation étoit environ une minute ou deux de tems plus grande que celle des Tables qui la donnent 39′ 8″. Il eſt extrêmement diffi-

difficile de s'assûrer d'une minute, à cause du grand nombre de principes qui entrent dans le calcul d'une Eclipse du Satellite, qui pris un peu différemment, peuvent causer tous ensemble une différence encore plus grande; c'est pourquoi dans ce doute M. Cassini se détermina à augmenter la premiere Equation de sa 30e partie, qui donne la plus grande Equation de 40′ 26″, au lieu de 39′ 8″ comme elle est dans la Table. Il prit ce parti non seulement pour avoir à peu près un milieu entre la plus grande & la plus petite correction qu'il y avoit à faire, mais encore pour faciliter le calcul de cette Equation, afin qu'on pût l'appliquer aisément aux Tables qu'il avoit publiées; car le nombre qui marque dans la Table les minutes de la premiere Equation, & qui répond au nombre premier, étant doublé, si on l'ajoûte au nombre des secondes de la même Equation, on aura l'Equation corrigée, & telle qu'il faut l'employer.

Il faut remarquer ici, que si l'on suppose exacte l'Equation de Jupiter, telle qu'elle est dans les Tables Rudolphines, qui est celle qui a été employée dans ce calcul, & qu'elle n'ait pas besoin de correction, la 30e partie dont il faut augmenter la premiere Equation du Satellite pour représenter les observations de ces Eclipses, & sur-tout celles qui arrivent près des moyennes distances, seroit une troisieme inégalité à laquelle ces Eclipses seroient sujettes. Mais nous avons lieu de croire qu'au moins une partie de cette différence vient de ce que Kepler fait la premie-

re

re Equation de Jupiter trop petite ; car ayant comparé ensemble un grand nombre d'observations que nous avons faites dans les oppositions de Jupiter avec le Soleil, nous avons trouvé son Equation de 5 minutes plus grande que celle qui est supposée par ce célébre Astronome, & qui est employée dans les Tables du premier Satellite, ce qui donneroit 35 secondes de plus seulement & feroit l'Equation totale de 39′ 40″ au lieu de 40 ou 41 qu'a trouvé M. Cassini. Il faudra examiner si l'autre partie de l'Equation qui est nécessaire pour représenter ces Eclipses ne vient point de la premiere Equation de Jupiter, qui dans ce cas devroit être encore de 6 ou 7 minutes de degré plus grande que nous ne la supposons ; si cela est, les mouvemens de Jupiter & du premier Satellite concourroient à se perfectionner réciproquement.

M. Cassini fit les corrections que nous venons de rapporter sur les mouvemens du premier Satellite, en 1698, cinq ans après l'édition de ses Tables, & elles sont le sujet d'un Mémoire qu'il communiqua à l'Académie au mois de Juillet de la même année, dont M. du Hamel a publié un Extrait dans la 2e. édition de son Histoire. Elles sont encore rapportées dans les Mémoires de l'Acad. de l'an 1706, pag. 81, à l'occasion de l'accord que le P. Laval dit avoir trouvé entre les observations des Eclipses du premier Satellite faites à Marseille, & le calcul qu'on avoit donné de ces Eclipses dans la Connoissance des Tems ; car en cet endroit M. Cassini dit que ces calculs ont été faits sur les corrections

qu'il avoit données en 1698, & qui consistent à ôter 4 minutes à l'époque marquée dans les Tables, à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & augmenter la premiere inégalité qui est dans la Table de sa trentieme partie.

Outre ces corrections qui ont été publiées dans ces deux différens endroits, M. Cassini en fit une autre à la durée des Eclipses du Satellite, comme il paroît par une Table écrite de sa main qui nous reste. Dans cette Table, il augmente d'une minute de tems la plus longue durée qu'il a donné dans celle qui est imprimée; & supposant la plus courte, telle qu'elle avoit été marquée dans la même Table, il calcule par cette hypothese dans les différentes distances de Jupiter au nœud des Satellites, la durée des Eclipses qui résulte de quelques secondes de tems, plus longue.

Les corrections de feu M. Cassini, qui consistent à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & à augmenter la premiere Equation de sa trentieme partie, représentent non seulement les observations des Eclipses du premier Satellite qui avoient été faites jusqu'à l'année 1698 qu'il donna ces corrections, mais encore celles que nous avons continué de faire depuis ce tems-là jusqu'à présent, de sorte qu'il n'y a rien à changer ni au moyen mouvement, ni à la premiere Equation; & elles représentent ces Eclipses avec tant de précision, que parmi plus de six cens que nous avons comparées ensemble, une grande partie s'accorde dans la minute, une autre

par-

partie s'en éloigne un peu plus, & il n'y a que 40 obſervations qui s'éloignent de 4 à 5 minutes du calcul.

Ces plus grandes différences ſe rencontrent pour l'ordinaire dans les Eclipſes obſervées proche des conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où la ſeconde Equation eſt plus grande, ce qui fait connoître qu'elle eſt ſujette à des variations.

Entre pluſieurs obſervations qui font voir ces variations de la ſeconde inégalité, nous nous contenterons de rapporter les ſuivantes. En 1670 feu M. Caſſini obſerva l'Emerſion du premier Satellite le 31 Mai à 8h 48′ 46″, tems moyen. Dans cette obſervation, où la ſeconde Equation réſulte de 17 minutes, le nombre ſecond eſt 86, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction ſuivante de 26 révolutions du premier. En 1671 il obſerva l'Immerſion du premier le 18 Octobre à 4h 2′ 56″, tems moyen, d'où la ſeconde Equation réſulte de 7 à 8 minutes. Dans cette obſervation le nombre ſecond étoit 146, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction précédente de 33 révolutions, & 17 révolutions plus éloigné de la conjonction que celle de 1670. Si elles avoient été faites à la même diſtance, en 1671 l'Equation auroit été d'une minute plus grande qu'en 1670, & par conſéquent elle auroit été de 8 à 9 min. mais en 1670 elle a été de 17; elle a donc été 8 min. au moins plus grande avant la conjonction de 1670, qu'elle n'a été après la même conjonction en 1671 à diſtances égales de la conjonction.

En 1695 cette Equation, avant la conjonction, a été égale à celle qui résulte des observations faites après, à la même distance, & elle s'est trouvée cette année-là telle qu'elle est dans les Tables.

En 1716, par les observations que nous avons faites le 10 Avril à 7^h 33′ 41″, tems moyen, avant la conjonction, la seconde Equation résulte de 9 minutes; & par une autre, faite la même année, le 24 Juillet, à 3^h 44′ 56″ du matin, tems moyen, après la conjonction, elle résulte de 16′ 10″. Dans l'observation du 10 Avril, le nombre second étoit 86, & dans celle du 24 Juillet il étoit de 143. La premiere étoit donc éloignée de la conjonction suivante de 26 révolutions, & la seconde étoit éloignée de la conjonction précédente de 31, avec une différence de 5 révolutions, dont la derniere étoit plus éloignée, ce qui donne une différence de 30 secondes, dont la derniere auroit été encore plus grande; elle auroit donc été de près de 17 minutes, si elle avoit été faite à la distance de 26 révolutions, comme celle du 10 Avril, mais celle-ci n'a été que de 9 minutes; donc en 1716 la seconde Equation a été fort inégale, & presque le double plus grande après la conjonction qu'avant, à distances égales de ce terme.

La seconde inégalité ayant donc été par les observations de 1670 & 1671, plus grande avant la conjonction qu'après, on auroit lieu de croire que vers ces années-là le terme où elle a été plus grande, n'a pas été dans la conjonction, mais avant; qu'en 1695 ce terme s'est rencontré dans la conjonction; & enfin qu'en 1716 ce ter-

terme s'est rencontré après la conjonction; d'où l'on peut inférer qu'il a un mouvement qui, à l'égard du Soleil, l'a transporté de la partie occidentale vers l'orientale, & qu'en 1716 il étoit autant éloigné vers l'Orient qu'il en étoit vers l'Occident en 1671.

Ces inégalités & les variations qui arrivent à la seconde Equation du premier Satellite, non seulement en différentes années, mais dans la même année, à pareille distance de la conjonction de Jupirer avec le Soleil, ne sont pas favorables à l'opinion de quelques Philosophes, touchant le mouvement de la Lumiere, qu'on prétend prouver par cette seconde inégalité, laquelle dans ces circonstances devroit être sensiblement égale, au lieu qu'elle est le plus souvent tantôt plus grande & tantôt plus petite, avec une différence de 7 à 8 minutes.

On peut ajoûter cette nouvelle réflexion aux autres, que nous avons rapportées dans le Mémoire de 1707 contre cette hypothese. J'ai communiqué cette réflexion avec d'autres à M. Halley, célébre Astronome Anglois, dans une Lettre que je lui écrivis en 1718, à l'occasion d'une faute de Calcul que j'ai faite dans ce Mémoire, & dont il eut la bonté de m'avertir. Voici en quoi elle consiste.

J'y comparai deux observations du troisieme Satellite avec deux autres du premier, faites à peu de jours près l'une de l'autre, & dans cette comparaison je trouve par erreur la seconde inégalité du troisieme de 8 minutes, & contraire à celle qui se trouve dans le même intervalle entre deux observations du premier; au lieu que par un calcul plus exact, elle n'est que de 2

 mi-

minutes, & conforme à celle qui résulte des observations du premier, comme l'a remarqué M. Halley, de sorte que dans cette circonstance la seconde inégalité du troisieme Satellite étant conforme & égale, à quelques secondes près, à celle du premier, elle est favorable à l'hypothese du mouvement de la Lumiere. Mais la preuve que nous avons tirée dans le Mémoire de 1707, de l'inégalité du second contre cette hypothese, subsiste toûjours, quoique les principes que nous suivons présentement touchant le mouvement du second Satellite, un peu différens de ceux que nous employames alors dans ces calculs, donnent la quantité de cette Equation un peu différente.

On peut ajoûter encore que si l'Equation du 3e. se trouve égale à celle du premier dans les deux observations rapportées, & dans d'autres, comme nous avons dit dans ce Mémoire, il y en a un grand nombre où elle se trouve plus grande, quoique dans ce Satellite elle ne suive pas le rapport des distances des Satellites à l'égard du centre de Jupiter.

Il reste à examiner la durée des Eclipses du premier Satellite, ce qui est nécessaire à savoir pour avoir l'heure des Immersions & des Emersions.

Pour vérifier ce principe, nous nous sommes servis de différentes méthodes. Celle qui nous paroît la plus simple & la plus certaine, est de comparer une Immersion qui a été observée quelques révolutions avant l'opposition de Jupiter avec le Soleil, avec une Emersion qui a été observée quelques révolutions après l'opposition, ce qui donne l'intervalle du tems qu'il

y

y a entre une révolution & l'autre. Cet intervalle est composé du nombre entier de révolutions, & de plus du tems que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, puisqu'on compare le tems d'une Immersion avec celui d'une Emersion; si l'on ôte de cet intervalle celui qui est dû au nombre des révolutions qui y sont comprises, ayant égard aux variations qui arrivent à la premiere & à la seconde Equation dans le même intervalle, on aura le tems que le Satellite a employé a parcourir l'ombre de Jupiter, avec presque autant de précision que si on l'avoit pû observer par son entrée dans l'ombre & par sa sortie de l'ombre dans la même révolution.

Il est vrai qu'on ne peut employer cette méthode qu'une fois tous les 13 mois, & qu'il y a des années où le tems n'a pas été favorable pour faire des observations à une petite distance de l'opposition de Jupiter avant & après, comme il est nécessaire; mais quoique les autres observations que l'on employe pour cette recherche soient un peu moins rares, elles n'ont pas la même évidence, & cette méthode peut servir à vérifier les mêmes principes que l'on a trouvé par les autres méthodes.

Ayant donc comparé de cette maniere les observations faites depuis 1672 jusqu'en 1726, parmi lesquelles il y a en a un grand nombre propres pour cette recherche, nous avons trouvé en 1677 la demi demeure du Satellite dans l'ombre de Jupiter de $1^h\,8'\,13''$, lorsque cet Astre étoit au $20°\,30'$ d'*Aquarius*, & plus avancé de 8 degrés du $14°\,30'$ du même Signe, où M. Cassini place le nœud ascendant des Satellites; en

 1724

1724 lorsque Jupiter étoit au 7^d 16′ du lieu du même nœud, la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été de 1^h 8′ 33″.

Par les observations faites l'an 1683, lorsque Jupiter étoit au 17° 10′ du Lion, plus avancé de 2^d 40′ que le nœud ascendant, nous avons trouvé la demi demeure de 1^h 9′ 43″, & en 1695 de 1^h 8′ 45″, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque étant au 21° 44′ du même Signe & plus avancé de 7° & un quart, que le lieu où l'on place le nœud descendant.

En comparant ces observations ensemble, il paroît que la plus grande durée est arrivée, lorsque Jupiter étoit vers le milieu d'*Aquarius* & du Lion, qui est le degré où M. Cassini a déterminé les nœuds des Satellites. Si l'on compare les observations de 1677 avec celles de 1724, éloignées entre elles d'un intervalle de 47 ans, on voit avec toute l'évidence que peuvent donner ces observations, que la situation des nœuds est la même, & que par conséquent ils n'ont point eu de mouvement sensible, comme cela résulte encore des observations faites chaque année dans cet intervalle; en cela les Satellites sont plus conformes aux Planetes qu'à la Lune, dont les nœuds ont un mouvement sensible. Il résulte cependant de ces mêmes observations, que la durée des Eclipses au retour de Jupiter près du même lieu du Zodiaque n'est pas la même, comme elle résulte des calculs fondés sur les principes établis sur le plus grand nombre d'observations, par lesquels on calcule cette durée à différentes distances de nœuds. On trouve dans la durée des Eclipses une variation non seulement par les observations faites pro-

proche des nœuds, & à différentes distances des nœuds, mais dans les limites des plus grandes latitudes qui sont éloignés des nœuds de 90 degrés.

Voici ce qui résulte des observations faites dans ces limites. En 1691, Jupiter étant au 10° 50′ du Taureau, éloigné de 3° 40′ d'un de ces termes, la demi-durée de l'Eclipse résulte de 1h 4′ 0″. En 1703, Jupiter étant au 17° 8′ du même Signe, & fort près du limite de la plus grande latitude, on trouve la demi-durée de l'Eclipse de 1h 2′ 20″. Et en 1715, elle a été de 1h 3′ 48″, Jupiter étant au 21° 25′ du Taureau. Ainsi entre ces trois différentes déterminations, il y a une minute 40 secondes, quoique la différente distance de Jupiter à l'égard du limite n'en doive causer de sensible. La durée des Eclipses paroît plus uniforme par deux déterminations faites près du limite opposé, par l'une desquelles elle est de 1h 4′ 27″, & par l'autre 1h 4′ 18″.

On est porté à supposer que cette variation qui se trouve dans la durée des Eclipses, non seulement près des nœuds & des limites de la plus grande latitude, mais encore dans les différentes distances à l'égard de ces termes, vient de la difficulté de déterminer précisément cette durée; mais il y a quelque raison de les croire ces variations réelles, parce qu'au retour de Jupiter dans le même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé encore de plus grandes & de plus sensibles dans la durée des Eclipses des trois autres Satellites que l'on a déterminée avec toute l'évidence & toute l'exactitude possible par l'entrée & par la sortie des Satellites dans l'om-

bre obſervées dans la même révolution, comme nous le ferons voir une autre fois.

Il eſt vrai que ces variations ne ſont point cauſées par le mouvement des nœuds, puiſqu'on les trouve toûjours dans le même endroit du Zodiaque; mais elles peuvent venir de quelque changement dans l'inclinaiſou de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, ou par quelque excentricité des Satellites, qui étant variable, eſt cauſe que le Satellite rencontre le cone de l'ombre de Jupiter, tantôt plus proche, tantôt plus loin de cet Aſtre, & fait par cette cauſe en différentes années, au même endroit du Zodiaque, la durée des Eclipſes tantôt un peu plus longue, tantôt un peu plus courte, comme il arrive aux Eclipſes de Lune.

Suppoſé que ces variations ſoient réelles, & qu'elles ne dépendent point des obſervations, comme il y a tout lieu de croire, il faudra un grand nombre d'obſervations pour en trouver les règles & connoitre la cauſe, celles que nous avons juſqu'à préſent, & quoique faites avec toute l'attention & l'aſſiduité poſſible, n'étant pas ſuffiſantes.

M Pond, célébre Aſtronome Anglois, a donné dans les Tranſactions Philoſophiques de 1719, les Tables du premier Satellite de Jupiter, dans leſquelles il ſuppoſe les révolutions moyennes échues au 30 Décembre, de 14^h 11′ 28″. M. Caſſini dans ſes Tables imprimées en 1693, le ſuppoſe de 14° 11′ 36″, la différence entre les unes & les autres de 8″ de tems, dont les révolutions que M. Pond employe ſont plus courtes: ces 8 ſecondes ſont juſtement la correction que M. Caſſini trouva en 1698 qu'il falloit faire aux révolutions moyennes; ainſi

ainsi les révolutions moyennes, calculées suivant les corrections de M. Cassini, sont les mêmes que celles de M. Pond.

EXAMEN D'UN SEL TIRÉ DE LA TERRE EN DAUPHINÉ;

Par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER NATUREL.

Par M. BOULDUC.

M. DE RESSONS, Membre de l'Académie Royale des Sciences, y présenta, il y a quelque tems, un Sel à examiner, pour savoir à quel genre il pourroit être rapporté, ou quel usage on en pourroit faire? & nous dit, que c'est auprès de Grenoble, que l'on le tire de la terre.

Cette Ville a des environs, où il y a différentes Mines métalliques, & d'autres Matieres minérales, pour la recherche desquelles on a coupé la terre en différens tems, & l'on a fait des creux, dont quelques-uns restent encore ouverts, & sont d'un facile accès. Quelques ouvriers ou Mineurs s'aviserent de travailler de nouveau dans un de ces creux ;& loin de trouver ce qu'ils y cherchoient, ils découvrirent une terre chargée de quelques petits brillans, que quelques-uns d'entre eux reconnurent pour être

 salins.

salins. Ils se persuaderent d'abord d'avoir trouvé une terre fertile en Salpêtre, & ils se crurent confirmés dans leur idée d'avoir rencontré un magasin plein de ce Sel, quand, après avoir fait une forte lessive de leur terre, ils apperçûrent dans l'évaporation de cette lessive des Cristaux, qui avoient quelque ressemblance, quoique très imparfaite, avec ceux du Salpêtre.

Mais quand les Cristaux du Sel du Dauphiné auroient ressemblé davantage à ceux du Salpêtre, il ne pouvoit pas encore pour cela passer ni être reçû pour ce Sel, vû que les autres qualités, qui sont propres & comme spécifiques au Salpêtre, lui manquent. La seule configuration d'un Sel n'épuise pas son essence ou son caractére.

Afin de faire connoître le Sel du Dauphiné pour ce qu'il est en effet, je comparerai d'abord *ses proprietés*, qui ne sont en quelque façon qu'*exterieures*; ensuite j'examinerai ce qui regarde *son interieur*, je veux dire, *les principes* dont il est composé.

Ce Sel, tel qu'on nous l'envoye du Dauphiné, est ordinairement en gros monceaux, dont la partie inférieure, qui est épaisse d'environ un pouce, est une masse indistincte, blanche, opaque, & assés ferme; & le dessus, ou la partie supérieure, épaisse d'environ deux à trois pouces, représente un tas de petits Cristaux transparens & brillans, dont quelques-uns sont en lamelles plattes; d'autres, & c'est la plus grande partie, sont formés en petits quarrés allongés, mais tellement serrés les uns contre & sur les autres, que la configuration, qu'ils affectoient, n'a pas pû s'achever; & parmi ceux-ci il

il eſt rare d'en trouver, qui ſoient en petites colomnes parfaitement de quatre côtés ſurmontées de facettes.

Cette irrégularité & confuſion ſont l'effet d'une évaporation & criſtalliſation trop précipitées, que les ouvriers mieux inſtruits éviteroient facilement; car ayant diſſous de nouveau une quantité de ce Sel, tant du deſſus que du deſſous des monceaux, & l'ayant laiſſé criſtalliſer lentement, j'ai vû les derniers Criſtaux auſſi bien que les premiers en colomnes exactement quarrées, dont les extrémités ſont taillées à facettes, leſquelles répondent en nombre aux côtés de leurs colomnes, quoique les derniers de ces Criſtaux ſoient plus grêles, & d'un bien moindre volume que les premiers; ce qui eſt ordinaire aux Sels moyens.

Dans quelque état que l'on prenne notre Sel, il ſe *diſſout facilement dans environ un poids égal d'Eau commune*, il *eſt friable*, *il ternit par la chaleur*, & même avec le tems *à l'air*, & ſe couvre comme d'une fole farine; ſur *un charbon ardent il fond aiſément*, ſans fuſer comme le Salpêtre & ſans s'enflammer, il ſe bourſouffle ſeulement par l'Eau qu'il contient & que la chaleur en diſſipe, & alors il ſe change en une chaux ſaline; enfin *ce Sel* étant goûté, imprime d'abord à la langue une *amertume ſenſible*, qui eſt bien-tôt après ſuivie de *fraîcheur*.

A ces marques & proprietés, quoique ſeulement extérieures, on a coûtume de reconnoître le Sel, qu'on appelle *admirable* ſuivant Glauber ſon Auteur. Le Sel du Dauphiné ayant ces mêmes qualités, eſt donc déja par-là ſon ſemblable.

Mais comme dans les recherches que nous faisons par la Chimie, on ne peut pas se contenter d'un petit nombre de circonstances, qui n'achevent pas le caractere d'un Mixte; il faut entrer dans l'examen des principes, dont ce Mixte est combiné. C'est ce que je vais faire pour le Sel du Dauphiné, qui fait mon sujet.

A l'égard de celui que nous faisons par art, selon la méthode de Glauber, nous savons avec certitude, qu'il est composé *de deux principes*, dont l'un est *Salin* & l'autre *Terreux*; le premier est *l'acide vitriolique fixe*, & le deuxieme la *Terre du Sel marin*, dans laquelle cet acide s'engaîne & se corporifie: il faut que notre Sel ait les deux mêmes principes, pour être entierement semblable à celui de Glauber.

Il pourroit à la vérité suffire de bien prouver le principe Salin de notre Sel, & supposer le deuxieme par une juste conséquence; puisque nous sommes présentement bien convaincus, que l'acide vitriolique ne peut avec aucune autre substance connue, si ce n'est celle qui fait la base du Sel commun, former un Sel de la configuration & des proprietés, que doit avoir celui de Glauber: néanmoins je ne perdrai point *ce deuxieme principe* entierement de vûe.

Il est superflu pour ma recherche de rapporter, que le Sel du Dauphiné se convertit aisément en Foye de Soufre avec des matieres inflammables par rapport *à son principe salin*, & qui dans ce changement ne peut-être que *l'acide vitriolique*; je ne toucherai pas non plus les précipitations qu'il fait de l'argent dissous en Eau forte, & du sucre de Saturne ou plomb dissous par le Vinaigre, par rapport au *même principe*; je

je m'arrêterai seulement à ce qu'il opere avec le Vif-argent ; & à cette petite opération j'en ferai succeder une autre, qui regarde son principe terreux : ces deux opérations sont également faciles à imiter par les moins connoisseurs.

Je dissous une once de Vif-argent dans un poids égal ou un peu plus de bon Esprit de Nitre, & je verse cette solution dans deux onces de Sel du Dauphiné dissous dans l'Eau commune : sur le champ l'acide vitriolique, contenu dans le Sel du Dauphiné, abandonne sa base terreuse à l'Esprit de Nitre & dérobe, comme par le droit du plus fort, à celui-ci le Vif argent, & après s'être lié étroitement avec lui, ils tombent tous les deux au fond du vaisseau en *une poudre jaune* semblable au Turbith minéral, que nous faisons dans nos opérations ordinaires par le Vif argent & l'Huile de vitriol.

Après avoir retiré cette poudre jaune, qui est réellement un Turbith minéral, comme la suite le fera voir, & après l'avoir lavée & séchée, j'en mêle une once avec deux onces de Sel marin pareillement bien sec, & je pousse ce mêlange au feu de sable dans un vaisseau, dont la partie supérieure est bien convexe ; alors il s'ouvre une nouvelle scene ; l'acide du Sel marin jouït ici de la supériorité, il enleve à son tour à l'acide vitriolique, concentré dans le Turbith, le Vif-argent ; & s'élevant ensemble au haut du vaisseau, ils forment eux deux un Sublimé Mercuriel, pendant que l'acide vitriolique, retrouvant une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, laquelle est ici ce que l'acide du Sel marin a laissé en arriere, s'y rejoint & reste uni avec elle au

fond

fond du vaisseau comme une poudre saline ; laquelle dissoute dans l'Eau regenere ou reproduit un Sel parfaitement semblable à celui que j'avois d'abord employé à précipiter le Mercure, ayant la même configuration des Cristaux, les mêmes autres proprietés & les mêmes principes ; en un mot le caractere du Sel de Glauber.

Ceux qui ne sont pas initiés dans les principes de Chimie, ni accoûtumés à entendre parler des rapports, qui regnent entre les substances naturelles & que les expériences nous font encore connoître tous les jours, peuvent être surpris des différens changemens, qui arrivent dans les deux opérations que je viens d'exposer. Voici ce que je puis en dire succinctement. Dans la *premiere*, qui est le *mélange du Sel du Dauphiné avec la solution du Mercure*, l'acide vitriolique, contenu dans ce Sel, jouit en plein de sa force, qui est : „ Que presque dans toutes les occa- „ sions, il est supérieur aux autres acides, „ il leur enleve selon l'occurrence les Sels „ & les Terres ; il leur emporte même les „ substances métalliques, & cela va jusqu'à „ l'Esprit de Nitre, comme il le fait ici à „ l'égard du Mercure, que l'Esprit de Nitre „ avoit dissous ; il force cet acide à le lui ce- „ der, & il tombe ensuite avec lui en Turbith „ minéral. Mais une petite circonstance change la These dans la *deuxieme opération*, qui est *le mélange de ce Turbith avec le Sel marin :* La Chimie a des exceptions sous ses règles générales, comme d'autres Arts. Cette exception est par rapport à notre sujet : „ Que toutes les „ fois

„ fois que certaines substances méta liques „ se trouvent dissoutes par un acide quel qu'il „ soit, & que le Sel marin ou son principe „ salin est de la partie, ou qu'il y survienne, „ il leur enleve à tous les substances métal- „ liques, ayant plus de relation ou de rap- „ port avec elles que les autres; peut-être ce „ rapport roule-t-il sur ce que ces substances „ métalliques sont Mercurielles. „ C'est toutefois ce que ce Sel fait ici par son principe salin à l'égard du Mercure même, il l'enleve à l'acide vitriolique qui le tenoit enchaîné dans le Turbith, & l'éleve avec lui en Sublimé, laissant en arriere sa terre, que l'acide vitriolique saisit à son tour.

Par ces deux opérations *les principes constitutifs* de notre Sel deviennent évidens; il précipite d'abord le Mercure en Turbith minéral; & le Mercure ne peut devenir Turbith que par l'acide vitriolique: notre Sel a donc cet acide pour son principe salin.

Ce Sel aussi ne peut avoir pour deuxieme principe que la Terre du Sel marin, parce que, comme je l'ai déja dit, l'acide vitriolique ne peut qu'avec cette substance-là former un Sel, qui ait les proprietés & la configuration des Cristaux, comme le Sel du Dauphiné les a lui-même & *communes* avec celui de Glauber: c'est ce que la deuxieme opération confirme, où l'acide vitriolique de notre Sel, qui étoit transporté sur le Mercure, retrouvant dans le Sel marin une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, forme de nouveau avec elle un Sel cristallisé comme le premier que j'avois em-

employé, & doué des mêmes proprietés.

Ainsi le Sel du Dauphiné a les mêmes principes que celui de Glauber; ainsi il est encore par-là lui-même *un vrai Sel de Glauber*, que j'appelle à juste titre *naturel*, parce que l'art ne contribue rien pour sa composition, la nature l'ayant elle-même travaillé dans la terre, dont on ne fait que le séparer par le moyen de l'Eau.

Et c'est-là ce que je m'étois proposé de vérifier aujourd'hui.

Avant de finir, on me permettra de faire quelques réflexions sur mon sujet, *comme sortant de la terre.*

Environ vers le milieu du siecle passé, *Glauber* fit connoître son *Sel*, que *Kunckel* pourtant assûre dans son *Laborat. Chymic.* avoir été connu sous un autre nom cent ans auparavant dans la Maison Electorale de Saxe. Quoi qu'il en soit, nous en devons la connoissance & la composition au premier, lequel après en avoir vû des effets qui le surprenoient lui-même, lui donna l'épithete d'*Admirable*. En effet, ce Sel a eu depuis son tems bien de la réputation, particulierement pour l'usage intérieur, & la soûtient encore aujourd'hui. Mais on étoit fort éloigné de croire alors, & même long-tems après, qu'il se trouvoit son pareil dans le sein de la terre, ou dans la Nature, dont pourtant il ne me sera pas difficile de prouver présentement la vérité.

Il y a quelques quarante ans, que M. *Lister*, tirant des Eaux minerales d'Angleterre un Sel qui lui étoit inconnu, & dont les ap-

pa-

parences extérieures approchoient en quelques choſes du Salpêtre, l'appella *Nitrum calcarium*. Cependant ce prétendu Nitre eſt au fond un vrai *Sel de Glauber*, vérifié par la figure que cet Auteur en donne lui-même, & par les effets qu'il en rapporte dans ſon livre *De Fontibus medicatis Angliæ*, de 1682.

Après Liſter, M. *Grew* publia en 1696 le *Sel d'Epſom:* mais quelque connu qu'il ſoit depuis dans toute l'Europe, ſon mêlange & le vrai caractere nous ont été cachés longues années: & quoiqu'ils ne ſoient pas encore tout à fait éclaircis (car ce Sel n'eſt pas ſimple) je puis du moins aſſûrer, que *celui de Glauber* en fait une bonne partie, ſoit que le Sel d'Epſom vienne de la Source minérale de cet endroit, ſoit, comme l'aſſûre M. Slare, Membre de la Societé Royale de Londres, qu'on le tire depuis quelques années d'une mine de Sel commun foſſile, avec lequel il ſe trouve confondu, & dont on le ſépare par le moyen de la criſtalliſation après les avoir diſſouts enſemble, & dépouillés des impuretés terreuſes qui y ſont mêlées : dans les *Tranſactions philoſophicales* de 1714.

M. *Stahl*, & je crois qu'il eſt le premier, reconnut enſuite au vrai le *Sel de Glauber* dans les Acidules ou Eaux minérales ferrugineuſes, & ne balança pas de le mettre au nombre des *Sels minéraux*, qui ſont ceux que la terre fournit : dans ſon *Specimen Beccherianum* de 1703, & dans ſon *Traité des Sels*, imprimé depuis.

Après lui, M. *Hoffmann*, encore actuellement Profeſſeur à Halle, découvrit une Source

ce d'Eau minérale bien amere & purgative, dont la livre, au rapport de M. Henckel, donne deux gros de *Sel* pareil aux précédens, & qui se convertit aisément en Foye de Soufre. C'est dans ses *Observations Physiques & Chymiques* de 1722.

Je puis ajoûter, qu'il y a trois ans que j'eus occasion de faire reconnoître, dans une Assemblée de cette Académie, le *Sel cathartique*, que l'on trouve auprès de Madrid, pour un vrai Sel de Glauber; comme j'ai encore aujourd'hui l'avantage de faire connoître le *Sel du Dauphiné* pour son semblable.

Par ces faits il est bien constant, que cette espece de Sel, que nous appellons *de Glauber*, se trouve *naturellement* dans le sein de la terre, & peut-être même en plus grande abondance que nous n'avons pû présumer jusqu'ici. Et comment ne s'y trouveroit-il pas? La Nature, qui travaille sans cesse à décomposer les Mixtes & à les changer en d'autres, rencontrant, pour ainsi dire, sous ses mains des matieres vitrioliques, sulphureuses ou alumineuses avec le Sel marin, ou du moins avec sa terre, produira aussi-bien par-là cette sorte de Sel, que nous faisons par le secours de l'Art, non seulement avec l'Huile de Vitriol, mais encore avec le Vitriol lui-même, ou l'Alun & le Sel marin: Et alors ce Sel (étant une fois dans cet état) s'il est détrempé & dissous par des Eaux soûterraines, qui ont de l'issue, il s'écoulera avec elles, tantôt *seul*, & produira des Eaux ameres, dont Galien a déja fait mention; tantôt *mêlé avec d'autres matieres minérales*, comme il l'est dans quel-

quelques Acidules : Si au contraire le Diſſolvant général des Sels lui manque, il reſtera comme arrêté & ſupprimé dans la terre, dont on le retirera, quand on aura l'avantage de le reconnoître ; comme on le fait depuis peu auprès de Neuſol en Hongrie, où ce Sel, au rapport de M. *Hermann* dans une Diſſertation faite à ce ſujet, eſt attaché aux parois & dans les fentes d'un roc, qui ſe trouve dans les creux d'une Mine de Cuivre.

Juſques-là nous avons vû, que le Sel de Glauber eſt *naturellement* dans le ſein de la terre, & qu'on l'en a tiré en différens païs. Je pourrois ajoûter que j'en ai trouvé, en quantité raiſonnable, dans une Plante calcinée ou brûlée. Mais, comme je ne ſuis pas encore certain ſi ce Sel a paſſé formellement & en ſa propre ſubſtance dans la Plante, par la ſuppoſition que l'on peut faire que le terrain où elle croît, en ſoit rempli ; ou ſi dans la calcination, le feu y ayant rencontré ſes principes conſtitutifs, les a uni, & produit par-là notre Sel ; je différerai d'en entretenir la Compagnie, juſqu'au tems que j'aurai plus de certitude de l'un ou de l'autre.

On diroit que ce Siecle nous ſera favorable pour la découverte du Sel de Glauber naturel.

Au reſte, il y a lieu de croire, que quand la Médecine aura pris connoiſſance de notre Sel du Dauphiné, elle lui accordera la place qu'il mérite dans la Matiere Médicinale, non ſeulement parce que nous l'avons dans le Royaume, mais principalement parce qu'il produit les mêmes effets ſur le Corps humain qu'un

qu'un bon Sel de Glauber, & que d'ailleurs il a le caractere de perfection en ce genre de Sels, qui est: Qu'il ne s'humecte point à l'air; qu'il n'altere point la teinture du Tournesol & des fleurs de Violettes; & que lui-même n'est point altéré par l'Huile de Vitriol, comme ceux de ses semblables, qui ont encore retenu du Sel marin. Ces trois articles sont autant de preuves de la juste proportion qu'il y a entre ses principes.

OBSERVATIONS SUR LE PORC-ÉPIC;

Extraites de Mémoires & de Lettres de M. Sarrazin, Médecin du Roi à Québec, & Correspondant de l'Académie.

Par M. DE REAUMUR.

DANS les Mémoires que l'Académie a donnés en 1666, pour servir à l'Histoire Naturelle des Animaux, on trouve une Description anatomique de six Porcs-épics, qui ne nous empêchera pas de communiquer les observations de M. Sarrazin; il est de ces observateurs qui peuvent fort bien saisir ce qui a échappé aux grands maîtres sur des matieres qu'ils ont traitées. Mais il y a tout lieu de croire que, malgré la ressemblance des noms, les nouvelles recherches n'ont pas été

été faites sur les mêmes animaux que les anciennes ont eu pour objet. Il s'agit dans les unes & dans les autres de Porcs-épics, mais probablement d'especes différentes, & peut-être aussi différentes entre elles qu'elles le sont l'une & l'autre de notre Hérisson.

Les Porcs-épics qui ont été anciennement disséqués par les Anatomistes de l'Académie étoient d'Afrique; leur museau ressembloit à celui d'un Lievre; leur levre supérieure étoit fendue. Le Canada est le païs natal de ceux qu'a disséqués M. Sarrazin; il n'a trouvé à leur museau aucune ressemblance avec celui des Lievres, quoiqu'il fût qu'elle leur eût été donnée par d'anciens Naturalistes qui n'avoient apparemment jamais vû de Porcs-épics d'Amérique. Il le compare pour la forme, à celui d'une espece de Rat, nommé le *Sifleur*, qu'il a décrit ci-devant sous le nom de *Rat des Alpes*. Le plus grand des Porcs-épics dont on a donné la description, avoit dix-huit pouces depuis le museau jusqu'à l'extrémité des pieds de derriere allongés. M. Sarrazin a trouvé aux siens dix-huit pouces depuis le museau jusqu'à la racine de la queue; ils étoient donc au moins aussi grands que les autres: cependant les plus longs picquans des siens n'avoient que trois à quatre pouces, & les autres en avoient de longs d'un pied. Une si grande différence dans la longueur des picquans, suffiroit seule pour établir une différence d'espece entre des animaux qui nous paroissent sur-tout remarquables par ces mêmes picquans. Mais les dissections nous apprendront qu'outre les différences extérieures,

rieures, il y en a entre eux d'intérieures. Au reste le Porc épic dont nous allons parler actuellement, sur le rapport de M. Sarrazin, sera toûjours celui du Canada; nous ne ferons mention de l'autre que quand nous aurons à les comparer ensemble.

Le Porc-épic est de la Classe des Animaux qui rongent; il se nourrit de l'écorce de toutes sortes d'Arbres vivans, mais il ne touche point à celle du bois mort. Il aime sur-tout celle des Pins & celle des Cedres du Canada, appellés *Arbres de vie.* Il paît aussi l'herbe. Il pese communément depuis quinze jusqu'à dix-huit livres. Les Chasseurs qui en ont fourni à M. Sarrazin, l'ont assuré qu'on en trouvoit encore de plus pesans.

Il distingue sept différentes espéces de poils sur la peau de cet animal. Celui de la premiere espece a quatre, cinq & six pouces de long, depuis les épaules jusque sur les hanches; d'où il diminue de part & d'autre, peu à peu en approchant de la tête & de la queue. Comme ce poil est noir, & qu'il excede tous les autres en longueur, il donne cette longueur au Porc-épic qui est dans un parfait repos; mais dès qu'il s'agite, sur-tout lorsqu'il se met en colere, qu'il se hérisse, il paroît aussi blanc que noir: le blanc paroît même toûjours un peu, quoiqu'il ne se hérisse point.

Ce blanc est dû à la seconde, & à la plus singuliere espece de poils, à ses picquans. Ils ont trois ou quatre pouces de longueur depuis les épaules jusque sur les hanches, d'où ils diminuent peu à peu jusqu'au museau;

ſeau ; ils diminuent de même de l'autre côté peu à peu juſqu'au bout de la queue. Chaque picquant a environ demi-ligne de diametre : il eſt intérieurement moëlleux : il eſt tout blanc, excepté près du bout qui eſt noir ſur une longueur de trois, quatre ou cinq lignes. M. Sarrazin ayant obſervé avec ſoin ſa pointe au Microſcope, a remarqué qu'il s'en éleve un filet tourné en vis. Il a encore remarqué qu'à l'extrémité des picquans, près de l'origine de la vis, il y a une dentelure garnie de pointes tournées du côté de la baſe, & capables de quelque réſiſtance. On ſent cette réſiſtance, quand tenant d'une main un picquant par ſa racine, on le paſſe entre les doigts de l'autre main. La pointe des picquans eſt ſi fine & ſi délicate, que ſi après avoir poſé un picquant à plat ſur la main, on frappe ſur le revers de cette main, quoique très légerement, le picquant entre dans la partie qu'il touche, & s'y accroche ſi bien, que pour l'en retirer on enleve deux ou trois lignes de peau. La racine du picquant a environ demi-ligne de long ; elle tient très peu à la peau de l'animal.

Il appelle la troiſieme eſpece de poil, petit ou nouveau picquant, parce qu'elle eſt ſi ſemblable aux picquans dont nous venons de parler, qu'il n'y a remarqué de différence que dans la pointe, qui n'a ni dentelure, ni filet en forme de vis. Comme tous les Animaux changent de tems en tems les poils dont leur peau eſt couverte, il ſoupçone auſſi que ce ſont des picquans naiſſans, dont la dentelure & la vis ne ſont pas encore développées.

Le poil de la quatrieme espece est roux. Il a deux pouces de longueur; il est un peu frisé; il est épars sur la tête.

Celui de la cinquieme espece, qui est un peu plus roux que le précédent, est rude, & arrangé le long des parties latérales de la queue.

Celui de la sixieme espece est un poil noir, long d'environ un pouce. Il est fort rude; il est placé autour des parties naturelles, & sous la queue.

Le poil de la septieme espece couvre la gorge, le ventre & l'entre-deux des cuisses; il est mollet, & de couleur fauve tirant souvent sur le blanc.

Le Porc-épic a environ 24 pouces de longueur, savoir quatre pouces depuis le bout du museau jusqu'à la premiere vertebre du col; & de-là jusqu'à la racine de la queue il en a quatorze; & enfin la queue en a six.

La tête a trois pouces d'une oreille à l'autre: chaque oreille a environ trois lignes de longueur, & un peu plus de largeur. Elles ne ressemblent point à l'oreille de l'Homme, comme y ressembloient celles des Porcs-épics des Mémoires de l'Académie.

Les dents sont semblables à celles des Animaux qui rongent. Les incisives supérieures ont six lignes de longueur, les inférieures en ont dix. Les premieres sont entaillées en dedans de la profondeur d'environ demi-ligne; les unes & les autres sont larges de deux lignes.

Les yeux ont trois lignes d'un angle à l'autre. On a remarqué dans les Mémoires de l'Aca-

l'Académie comme une singularité, que le grand coin étoit beaucoup plus haut que le petit; il y a apparence que cette singularité ne se trouve pas dans les Porcs-épics du Canada, du moins M. Sarrazin n'en a rien dit.

Les cuisses ont deux pouces & demi de longueur; la jambe en a quatre; le pied est plat comme celui du Castor; il a deux pouces & demi depuis le talon jusqu'à l'origine des orteils. Il est large d'un pouce & demi dans le milieu, & n'a que deux lignes au talon. Il a cinq orteils, le gros n'a qu'une ligne de long, les trois qui suivent en ont chacun trois, & le petit est un peu plus court. Les ongles ont environ trois lignes de longueur; ils sont très-forts, ils sont creux, tranchans, courbés, & très-pointus. Le bras & l'avant-bras ont une longueur égale à celle des jambes & des cuisses: pour les mains elles sont semblables à celles des animaux qui rongent, & leurs ongles à ceux des pieds; structure qui donne à cet animal une grande facilité pour grimper, qui lui est souvent très-nécessaire.

Les parties contenantes du bas-ventre n'ont rien de particulier. Quand on les a séparées, le foye se présente: il occupe non seulement l'hypocondre droit, mais encore une partie du gauche; il est divisé en six lobes, savoir quatre grands & deux petits. M. Sarrazin a remarqué comme une des particularités du Porc-épic, qu'il n'a point de vésicule de fiel, mais que le pore biliaire y supplée; son conduit s'ouvre dans le *duodenum*. On a trouvé à ceux qui ont été disséqués anciennement cet-

te véſicule, mais elle étoit petite, applatie, & preſque vuide.

Une autre particularité encore de celui du Canada, c'eſt qu'il n'a pas d'épiploön; il ne manquoit pas de même à ceux d'Afrique, mais il ne flottoit pas librement ſur les inteſtins, à l'ordinaire. L'eſtomac a huit pouces depuis la partie antérieure juſqu'à la poſtérieure: elles ſont approchées l'une de l'autre par une membrane, qui les tient dans une attitude pareille à celle où ſont les mêmes parties dans le Rat-muſqué. Il contient environ une livre & demie d'eau: il a dans cet état dix pouces de tour dans ſa plus grande largeur. L'iſſue de l'œſophage dans l'eſtomac eſt avancée de dix lignes plus du côté de la partie latérale antérieure que du côté de l'épine; & il eſt bien plus proche du fond que de la partie oppoſée.

La rate a environ un pouce de longueur.

Le pancreas eſt tel que celui du Rat-muſqué.

Les inteſtins ont dix-ſept pieds de longueur, & n'ont d'ailleurs rien de particulier.

La veſſie n'a auſſi rien de particulier, elle peut contenir quatre onces d'eau.

La verge eſt attachée à la levre inférieure de l'os pubis. Elle a deux pouces de long, & trois lignes de diametre. Le balanus eſt long d'environ quatre lignes; il eſt couvert d'une peau chagrinée, comme celui du Caſtor. Il eſt dentelé dans ſa circonférence, c'eſt une eſpece de prépuce.

Les teſticules ont dix-huit lignes de longueur, & environ huit de diametre à leur gros bout,

bout, & deux ſeulement au petit bout; leur ſituation ordinaire eſt en partie dans l'aine. Ils ſont appuyés ſur les os pubis à côté de la racine de la verge; ils ſont cachés ſous la peau; ils ſont enveloppés dans des bourſes que les muſcules obliques leur donnent, & au fond deſquelles ils ſont adhérens, en ſorte qu'en rentrant dans le ventre, comme je les y ai trouvés, ils les renverſent & les entraînent avec eux, comme cela arrive dans le Rat-muſqué.

L'épididime ſort du petit bout du teſticule, & monte en ſerpentant le long du teſticule même, auquel il eſt colé de la longueur de ſept ou huit lignes.

Le déférent, qui eſt une continuation de l'épididime, a dans cet endroit une ligne; il paſſe par les anneaux, entre dans le ventre, dans lequel il s'éleve conſidérablement en formant une écharpe qui a cinq pouces de longueur; il s'abbaiſſe en s'approchant du col de la veſſie, dans lequel ils ont l'un & l'autre leurs iſſues ſéparées, & aboutiſſent à l'uretre, où il y a une eſpece de *veru-montanum*. Il a trouvé dans l'extrémité de ces vaiſſeaux une lame oſſeuſe, mince comme du papier, longue de demi-ligne & moins large encore. Il ſemble que cette lame ſerve à tenir leurs extrémités toûjours ouvertes, car ils n'ont dans cet endroit qu'un quart de ligne de diametre.

Ce qui a paru de plus particulier à M. Sarrazin dans l'intérieur du Porc-épic, ce ſont les véſicules ſéminales; elles repréſentent parfaitement deux de ces eſpeces de fouets à

 plu-

plusieurs brins de corde noués, ou de ces disciplines à manche appellées martinets, dont l'usage n'est que trop familier à ceux qui montrent les premiers élémens aux enfans. Elles sont posées comme deux de ces martinets renversés; les parties qui ressemblent aux manches sont tournées du côté de la vessie, elles sont les conduits excretoires, qui comme les déférens s'ouvrent aussi dans le *veru-montanum*, dont il a été parlé, par plusieurs petits trous, par où la liqueur des vésicules s'échape en forme de rosée; elle est grisâtre. Chaque manche de nos especes de disciplines ou martinets soûtient plusieurs branches qui sont longues, quelques-unes d'un pouce, d'autres un peu plus, d'autres moins; elles sont élevées, & étendues sur les muscles psoas. De distance en distance il y a le long de ces branches de petits nœuds qui sont autant de glandes grosses comme des grains de Chenevis. Ces grains ou especes de nœuds rendent plus parfaite la ressemblance de ces parties avec les martinets ou fouets auxquels on les a comparés.

Les parties naturelles de la femelle du Porc-epic n'ont fait voir rien de particulier, sinon que l'entrée en est de travers.

Si on se donne la peine de comparer les observations anatomiques que nous venons de rapporter, avec celles qui ont été faites sur les Porcs-épics d'Afrique, on trouvera encore dans la structure intérieure de ces animaux des différences que nous n'avons pas fait remarquer: nous ne nous sommes arrêtés qu'à celles qui nous ont semblé les plus considérables.

Le

Le Porc-épic d'Amerique, ou au moins du Canada, eſt un animal lourd; il ſemble qu'il ſoit embarraſſé de ſa peau chargée de tant de picquans; il n'y a point de Chaſſeur qui à la courſe ne le joigne en peu de tems, & qui ne l'aſſomme d'un ſeul coup de bâton donné ſur ſon muſeau. M. Sarrazin penſe que quand il y en auroit eu autrefois en Europe, au moins dans les païs habités, qu'il ne devroit plus y en reſter aujourd'hui. On s'apperçoit même déja en Canada qu'ils y deviennent rares: leur inſtinct pourtant les conduit à demeurer dans les lieux, où ils ont le moins à craindre les hommes; ils ſe tiennent dans les forêts les plus épaiſſes & les moins praticables, comme ſont celles de Pins & de Cedres de Canada. Ils préférent les païs de rochers & de montagnes, aux païs plats: mais ces mêmes païs ſi peu praticables aux hommes, ſont ſouvent habités par d'autres ennemis qui leur ſont auſſi redoutables; les Pecands, les Ours, les Carcajoux leur font une cruelle guerre.

Il n'y a qu'un cas, où le Porc-épic puiſſe par la fuite échaper à de pareils ennemis, c'eſt quand il a le tems de ſaiſir quelque arbre; il y grimpe, il gagne les plus petites branches qui ſuffiſent pour le porter, & ſur leſquelles des animaux plus forts, mais plus peſans, n'oſent aller; là il laſſe leur patience, il y reſte conſtamment juſqu'à ce qu'ils ſoient partis, pour aller chercher une autre proye.

Les arbres creux lui donnent encore un autre aſyle, il entre dans leur cavité la tête

la premiere, & ne laiſſe à l'ouverture que ſa partie poſtérieure qui eſt toute hériſſée des plus courts & des plus forts picquans. Ils ſavent auſſi ſe placer de même dans les cavernes, & dans les trous des rochers.

Mais le Porc-épic ſe met ſouvent en campagne pour chercher l'herbe qu'il aime : quand il eſt ſurpris alors, une de ſes reſſources pour ſa défenſe, eſt de courber ſa tête vers ſa queue, de ſe mettre en boule. Par ce moyen, tout ce qui paroît de ſon corps eſt couvert de picquans, qu'il hériſſe bientôt. Sa gorge & ſon ventre qui en ſont dénués, ſe trouvent dans l'intérieur de la boule. Notre Hériſſon ſait très-bien pratiquer cette manœuvre pour ſe défendre contre les Chiens : c'eſt la ſeule que nous lui ayons vû faire. Mais on aſſûre que le Porc-épic, au lieu de ſe mettre en boule, ſe tapit ſouvent contre terre ; alors ſon ventre & ſa gorge ne ſont pas expoſés ; ſon ennemi ne peut l'attaquer que par le muſeau, que notre animal défend même avec ſes dents. Il n'a le malheur de périr que quand il eſt aſſailli par trop d'adverſaires à la fois, ou par un adverſaire que la faim force à braver tant de picquans.

C'eſt encore une grande queſtion, que de ſavoir ſi le Porc-épic lance ſes picquans. Divers Chaſſeurs ont dit à M. Sarrazin qu'ils ne lui en avoient jamais vû lancer ; les rapports circonſtanciés de pluſieurs autres le font pourtant pancher à croire qu'il les lance. On aſſûre qu'il les abbaiſſe, & qu'il les éleve ſoudainement, qu'il leur fait faire des mouvemens ſemblables à ceux que le vent fait faire

re aux épis de nos moiſſons, mais plus ſubits ; que c'eſt dans ces mouvemens que les picquans ſont lancés. D'autres prétendent que ceux qu'il lance ſont ſur-tout ceux de la queue, que quelquefois ils la frappent contre terre avec force & vîteſſe, & que c'eſt alors que les picquans partent. On cite nombre d'exemples de Chaſſeurs & de Chiens, qui ſans avoir touché de Porcs-épics, ſe ſont trouvés avoir de ces picquans.

Peut-être que les deux ſentimens oppoſés ſe peuvent concilier. On a imaginé, & les expreſſions des Anciens tendent à le faire croire, que le Porc-épic décoche ſes picquans, comme un arc décoche une fleche. Le Porc-épic ne fait rien de pareil, & c'eſt ce que n'ont point vû, & que peut-être s'attendoient à voir, ceux qui diſent qu'ils ne lui ont point vû lancer de picquans. Mais ces picquans tiennent ſi peu au Porc-épic, qu'il n'eſt guere poſſible qu'il ſe donne des mouvemens vifs, ſans que quelques-uns ſe détachent ; les mêmes mouvemens qui les détachent, peuvent les porter à quelque diſtance de l'animal. Ceux qui les ont fait aller le plus loin, diſent qu'ils ſont pouſſés à quatre à cinq pieds ; la diſtance n'eſt pas grande, & peut-être y a-t-il beaucoup à en rabbattre.

M. Sarrazin a obſervé lui-même que quand le Porc-épic eſt pris, qu'il ne lance point ſes picquans, que tout ce qu'il fait alors eſt de s'applatir contre terre.

Ce qui eſt de très-ſûr, c'eſt que pour peu que la pointe d'un picquant touche quelque corps, elle y tient plus fortement que ſa raci-

ne ne tient à la peau de l'animal; ainsi le picquant y reste attaché.

M. Sarrazin mit un Porc-épic qu'il vouloit disséquer, sur une table couverte d'un tapis de toile cirée, tous les picquans qui toucherent la toile s'y accrocherent si-bien, que lorsqu'il en tira l'animal, ils resterent tous sur la toile. Aussi avons-nous fait remarquer au commencement de ce Mémoire, que la racine du picquant du Porc-épic est très-déliée. Les picquans de nos Hérissons ne sont pas faits pour se détacher aisément, comme ceux des Porcs-épics. Dans les Mémoires de l'Académie, à la suite de la Description anatomique des six Animaux de cette derniere espece, on a donné celle de deux Hérissons; on y a très-bien remarqué qu'il n'a pas comme le Porc-épic un muscle peaussier propre à secouer la peau, & à en lancer ou faire tomber les picquans. Mais on n'y a pas fait remarquer une structure du picquant, qui fait voir que la Nature a non seulement songé à l'attacher plus solidement que ceux du Porc-épic, mais même aussi solidement qu'il étoit possible. La partie du picquant, qui perce la peau, est un peu plus menue que ce qui la précede, mais en dessous de la peau le bout de la racine s'élargit; il forme une espece de tête plate & ronde. En un mot, le picquant du Hérisson est arrêté en dessous de la peau, comme nous arrêtons diverses pointes, en les rivant plus proprement que nous ne rivons les pointes des clous ordinaires.

La facilité que les picquans du Porc-épic ont à se détacher, & la structure particuliere de

de leur pointe, que nous avons dit, d'après M. Sarrazin, être terminée d'abord par des dentelures, & enfin par une vis, font cause que les animaux qui l'attaquent, n'en sont pas quittes à aussi bon marché qu'on le penseroit. Il semble qu'il ne s'agit pour eux que du risque de quelques picquures; mais ce ne sont pas les picquures qui sont le plus à craindre, c'en sont les suites. L'animal reste chargé des picquans qui l'ont percé; & comme s'ils avoient conservé l'envie de vanger le Porc-épic qui les a produit, ils poursuivent sa vengeance, même après sa mort; chaque jour ils augmentent la blessure qu'ils ont faite, ils pénetrent de plus en plus dans la peau de l'animal où ils se sont attachés, ils percent ses chairs, & font par la suite des blessures qui rendent l'animal languissant, & qui même le font périr. Le remede est d'arracher ces picquans sur le champ. Les autres Animaux ne connoissent pas plus ce remede que les Chiens le connoissent; mais heureusement que les maîtres de ceux-ci savent les secourir. Les Chasseurs ne manquent point d'ôter ceux qui paroissent attachés à leurs Chiens, lorsqu'ils ont approché d'un Porc-épic. Il y a pourtant des Chiens qui languissent long-tems, & périssent quand ils ont appartenu à des maîtres négligens, ou qui n'ont point vû les traits dont ils avoient été percés.

Les hommes même ne savent pas toujours se garantir contre les suites des picquures du Porc-épic. M. Sarrazin, que sa profession & son savoir mettent à portée de voir les maladies les plus remarquables du Canada, a

été consulté par plusieurs personnes qui étoient réduites dans un pitoyable état, pour n'avoir pas sû se retirer à tems le picquant dont elles avoient été percées. Entre plusieurs exemples, il en cite un dans ses Mémoires, qui ne doit pas être oublié ici. Un nommé d'Orval chassant sur le bord du Lac Champelain, tua d'un coup de Fusil un jeune Ours: il le chargea sur ses épaules, comme le Berger y met quelquefois sa Brebis. L'Ours apparemment avoit vaincu, ou combattu un Porc-épic; quelques picquans étoient restés embarrassés dans son poil. Il y en eut un qui perça la chemise & la peau du Chasseur au dessous de l'épaule. Il sentit la picquure, sans penser assés à la cause d'où elle pouvoit venir. Le picquant eut le tems de pénétrer, il fit son chemin, & mit bien du tems à le faire. Après cinq années, pendant lesquelles le pauvre Chasseur fut dans un état de langueur continuel, il apperçut la pointe du picquant à la partie antérieure de son corps; il la saisit, & retira peu à peu le picquant: depuis ce jour sa santé commença à se rétablir, & il s'est très-bien porté dans la suite. Aussi l'usage ordinaire des Chasseurs, qui ont tué un Porc-épic, est de le griller sur le champ, pour ne pas courir risque d'être picqués.

La figure de la pointe du picquant met M. Sarrazin en état d'expliquer bien clairement pourquoi le picquant pénétre dans les chairs des Animaux qu'il a commencé à percer. Elle lui permet, cette figure, d'aller en avant; mais elle ne lui permet pas de même de retour-

tourner en arriere. Quelque-part où elle soit engagée, elle est agitée par le mouvement alternatif ou de systole & de diastole des arteres; de ces deux mouvemens celui-là seul pousse avec succès le picquant qui tend à lui faire continuer son chemin en avant. D'ailleurs soit en marchant, soit en agissant de toutes les autres façons qui nous sont familieres, nous donnons des mouvemens presque continuels à nos muscles; & ces mouvemens sont des causes très-capables de faire pénétrer les picquans dans les chairs, où ils se sont engagés. L'expérience de l'épi de bled qu'on fait monter le long du bras, est connue des enfans; ils se divertissent à la faire; ils posent l'épi de bled immédiatement sur la chair de leur avant-bras, ayant ses barbes tournées vers les doigts; ils r'accommodent ensuite leur manche de chemise, & boutonnent celle de leur veste; ils agissent après à leur ordinaire; l'épi de bled monte alors peu à peu, & souvent est moins d'une heure à parvenir jusqu'à l'épaule. La méchanique qui fait monter cet épi, & celle qui fait pénétrer le picquant dans les chairs, sont visiblement la même.

Souvent le picquant rencontre un os sur lequel il s'arrête; il y produit une tumeur qui ne suppure jamais, elle devient osseuse, & subsiste sans causer aucune douleur. M. Sarrazin avoue ingénuement qu'il n'a jamais sû donner aucuns conseils salutaires à ceux qui étoient incommodés de picquans qui s'étoient entierement cachés sous leurs chairs, & qu'alors il ne sait point de moyen de les

en retirer; qu'il est même difficile de retirer le picquant lorsqu'il a pénetré très-avant, quoiqu'il ne soit pas encore entré en entier.

Les Chasseurs, soit François, soit Sauvages, prétendent que le Porc-épic vit douze à quinze ans. Ils assûrent que les mâles sont furieux dans le tems du Rhut, qui est dans le mois de Septembre, qu'ils se déchirent les uns les autres à belles dents, qu'ils s'entre-blessent de leurs picquans. Ils n'ont pourtant à les craindre que pour leur ventre & leur gorge, le reste de leur corps étant bien couvert.

Mais dans les approches du mâle & de la femelle, ces mêmes picquans semblent devoir être dangereux & pour l'un & pour l'autre. On a voulu faire croire à M. Sarrazin que la femelle se suspendoit par ses cuisses à une branche d'arbre la tête en bas, & que le mâle se soûtenoit sur une autre branche voisine par le moyen de ses mains. Il traite ce récit de fabuleux; il cite des témoins oculaires qui méritent qu'on leur ajoûte foi, qui assûrent avoir vû le Porc-épic approcher de sa femelle pardevant. Mais on n'explique pas précisément de quelle maniere.

La femelle du Porc-épic met ordinairement bas au mois d'Avril; elle porte environ sept mois. On a assûré M. Sarrazin qu'elle ne faisoit jamais qu'un petit à chaque portée. Il en a dissequé deux pleines, l'une au mois de Février, & l'autre au mois de Mars, qui n'en avoient aussi qu'un chacune. Ces fœtus étoient couverts de poils & de picquans déja rudes, sur-tout ceux du dernier; ils n'étoient

pour-

pourtant pas capables d'incommoder la mere. On dit qu'elle n'allaite son petit qu'environ un mois. Elle ne peut plus le souffrir, lorsque ses picquans sont devenus trop durs ; pour-lors il vit d'herbe, & s'accoûtume peu à peu à se nourrir d'écorce.

Les Sauvages du Canada teignent en rouge, en noir, en jaune, les picquans du Porc-épic; ils en brodent différentes sortes d'ouvrages d'écorces d'arbres, comme des Corbeilles de diverses grandeurs & figures; ils en brodent aussi des bracelets, des ceintures de cuirs, dont leurs femmes se parent. Ces broderies de picquans de Porcs-épics sont souvent très-bien faites, & ont l'avantage d'être plus durables que nos broderies de soye, & même que nos broderies d'or & d'argent.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

Du 15 Septembre 1727.

Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.

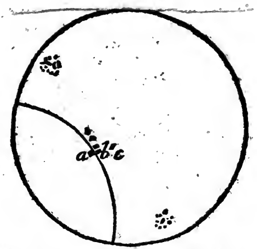
Par M. CASSINI.

LE tems fut très-favorable pour l'observations de l'Eclipse du Soleil, que je me préparai de faire avec une Lunette de 8 pieds, dans laquelle j'avois placé au foyer commun des deux Verres, un Micrometre à réticules paralleles, qui, en s'approchant & s'éloignant les uns des autres, conservent le parallelisme, & comprennent des intervalles égaux entre eux. Je disposai ce Micrometre de sor-

te,

te, que les fils extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil, & je fis les observations suivantes.

A 6h	26'	34"	Le Soleil paroît éclipsé d'une très-petite partie. J'ai jugé par la fin que le commencement a dû arriver à 6h 26' 4"
	32	15	Un doigt.
	35	46	Un doigt & demi.
	40	1	Deux doigts.
	44	41	Deux doigts & demi & un peu plus.
	49	22	Trois doigts.
	56	42	Trois doigts & demi.
	59	3	La petite Tache *a*, est éclipsée.
7	8	43	Trois doigts 50 minutes, le bord du Soleil est éloigné de la Tache *b*, de la moitié de la distance entre les Taches *b* & *c*.



7h	14'	28"	L'Eclipse diminue, & le bord de la Lune est éloigné de la Tache-

che *b*, d'une diſtance égale à celle qui eſt entre les Taches *b* & *c*.

28	43	Deux doigts & trois quarts.
31	5	Deux doigts & 25 minutes.
35	38	Deux doigts.
39	40	Un doigt & 25 minutes.
43	24	Cinquante-cinq minutes.
46	54	Vingt-cinq minutes.
48	59	Fin de l'Eclipſe.

Il y avoit dans le Soleil trois amas de Taches, dont il n'y en a eu qu'une ſeule fort petite d'éclipſée. J'ai obſervé que la diſtance du bord du Soleil à la Tache marquée *b*, étoit exactement de quatre parties, dont le diſque du Soleil en comprenoit douze.

J'ai auſſi déterminé la grandeur apparente du diametre du Soleil à la fin de l'Eclipſe, de $0^d\ 32'\ 4''$.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.

Par M. MARALDI. *

ON a vû pluſieurs fois la Lumiere boréale durant l'Hiver, dans le Printems & dan l'Automne de l'année 1727, mais elle n'a paru avec quelque éclat que le 17 Janvier, le 14 Mars & le 19 Octobre, le même jour que parut en 1726 celle qui fut ſi éclatante. On ne donne point de deſcriptions particulieres

* 10 Janv. 1728.

res de ces phénomenes, parce qu'ils ont fait les mêmes apparences qu'on a remarquées dans la plûpart de ceux que nous avons observés depuis douze ans. Il suffira de dire qu'ils paroissoient au dessus d'un brouillard adhérant à l'horizon, & qu'ils étoient formés en Arc d'une étendue tantôt plus grande, tantôt plus petite. Ils ont été aussi accompagnés de la même température d'air que ceux des années précédentes, car ils ont paru après qu'on a senti pendant le jour un air doux, & même une chaleur plus grande qu'à l'ordinaire pour la saison.

La Lumiere du 14 Mars a été remarquable par la blancheur extraordinaire qui a paru dans toute son étendue, & durant tout le tems qu'elle a été visible, au lieu que la Lumiere qui formoit les apparences des années précédentes étoit de couleur de feu.

M. Manfredi a observé à Bologne, la nuit du 14 Mars, le même phénomene depuis 11^h 29' jusqu'à une heure après minuit qu'il cessa de paroître; il en a déterminé l'étendue le long de l'horizon, de 70 ou 80 degrés, & sa plus grande élévation sur l'horizon, de 5 ou 6 degrés. Nous observâmes son étendue & sa situation, en le comparant avec les Etoiles voisines, & nous trouvâmes que par sa sommité supérieure il rasoit les deux belles Etoiles qui sont dans le bras & dans l'épaule de Céphée, élevées pour-lors sur notre horizon de 21 degrés, ce qui donneroit un argument de Parallaxe d'environ 10 degrés qu'auroit eu ce phénomene entre Paris & Bologne; mais comme l'observation de M. Man-

fre-

fredi a été faite à 11^h 29′, qui font 10^h 52′ de Paris, & que notre détermination a été faite à 10 heures, on n'en fauroit conclure avec quelque précifion cette parallaxe, à caufe du changement qu'il peut avoir fait dans l'intervalle de plus de trois quarts d'heure qu'il y a eu entre ces deux obfervations.

Le 20 Avril nous avons obfervé un Cercle lumineux autour du Soleil, qui a duré depuis midi jufqu'à deux heures & demie. Aux deux extrémités du diametre de ce Cercle qui concouroit avec le vertical qui paffoit par le centre du Soleil, il y avoit deux lumieres plus fortes que dans le refte du Cercle, dont le diametre étoit de 26 degrés.

On a vû auffi à Paris, & en d'autres lieux éloignés, un feu volant le foir du 13 Novembre, qui a duré quelques fecondes de tems, femblable à celui qui fut vû le 30 Mars de l'an 1719.

Obfervations fur la quantité de Pluye qui eft tombée pendant cette année 1727.

En Janvier.	$12\frac{1}{2}$	En Juillet	$12\frac{2}{3}$
Fevrier.......	6	Août	$2\frac{5}{6}$
Mars.	5	Septembre ...	$18\frac{1}{3}$
Avril........	$9\frac{1}{2}$	Octobre	$16\frac{2}{3}$
Mai	$16\frac{2}{3}$	Novembre...	$17\frac{1}{2}$
Juin.........	27	Decembre ...	$19\frac{5}{6}$

Donc la hauteur de Pluye qui eft tombée pendant l'année 1727 à l'Obfervatoire eft de 164 lignes, qui font 13 pouces 8 lignes. Dans

les ſix premiers mois il a plu 6 pouces 4 lignes, & dans les ſix derniers 7 pouces 4 lignes.

L'état moyen de la Pluye que nous avons conclu l'année derniere par les obſervations de 38 années, étant de 17 pouces & demi, il ſuit que l'année 1727 en eſt une de ſéchereſſe, puiſqu'il en a plu quatre pouces de moins que dans les années moyennes. Malgré la ſéchereſſe de l'année & les longues chaleurs qui ont regné, il y a eu dans ce climat une abondante recolte, parce que les Pluyes ſont tombées dans des tems convenables, & que celles du mois de Mai, Juin & de Juillet, qui contribuent le plus à rendre les campagnes fécondes, ont été abondantes, y en ayant eu durant ces trois mois 4 pouces 8 lignes, qui font plus d'un tiers de ce qui en eſt tombé pendant toute l'année; au lieu que la hauteur de celles de Février, Mars & Août, qui ne ſont pas ſi néceſſaires, n'a été que d'un pouce & une ligne.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le Thermometre, qui dans les Caves de l'Obſervatoire & dans un état d'air temperé, ſe trouve à 48 degrés, & à 31 lorſqu'il commence à geler, a toûjours été au-deſſus de 30 dans le mois de Janvier 1727. Il deſcendit à 30 le 5 & le 6 de Février par un vent de Nord & de Nord-Oueſt, & le jour ſuivant 7 de Février il deſcendit par un vent du Sud au 28e degré. C'eſt-là l'état le plus bas où il ſoit arrivé pendant l'année; ce qui marque

que un degré de froid moderé, puiſqu'il n'étoit que trois degrés au-deſſous de celui qui marque le commencement de la gelée. Il eſt à remarquer que le 7 Février, lorſqu'il faiſoit un vent de Sud, le Thermometre s'eſt trouvé plus bas que les deux jours précédens, lorſque le vent étoit Nord & Nord-Oueſt. Cet abbaiſſement du Thermometre par un vent de Sud, vient au moins en partie de ce que ce vent nous a ramené d'abord par une eſpece de reflux qui ſe fait dans l'Athmoſphere, les particules d'un air froid que le vent du Nord avoit pouſſées du côté du Midi; mais ce même vent de Sud ayant continué, a fait hauſſer le Thermometre, & s'eſt fait ſentir temperé, & tel qu'il eſt naturellement.

Par une raiſon ſemblable, lorſqu'après un vent de Sud, celui de Nord commence à ſe faire ſentir, il fait hauſſer le Thermometre, mais il le fait baiſſer s'il continue. Il arrive la même choſe à l'égard de notre ſenſation, qui eſt plus prompte & plus ſubite que n'eſt le mouvement de la liqueur dans le Thermometre, lorſque nous trouvons temperés les vents de Nord, & froids les vents de Midi.

Depuis le 7 Fevrier le Thermometre a continué de s'élever conſidérablement dans les mois ſuivans, juſqu'à ce que le 10 de Mai, ayant été le matin au lever du Soleil à 56 parties, il monta à 2 heures après midi à 70, hauteur où il arrive très rarement durant ce mois. Il continua d'être à une grande élevation tout le reſte du mois de Mai, en Juin & Juillet, de ſorte que le 16 du même mois à 3ʰ après midi, qui eſt celle de la plus grande cha-

chaleur du jour, il se trouva à 73 degrés, le 17 à 75, le 18 à 78, & enfin le 7 Août à trois heures après midi à 80 degrés, qui est le plus haut où il soit arrivé cette année. Tous ces jours-là il faisoit un vent de Sud & de Sud-Est, qui est celui qui nous amene les plus grandes chaleurs de l'Eté, ainsi que nous l'avons déja remarqué plusieurs fois. Le Thermometre a été assés élevé le reste d'Août & dans Septembre; ainsi les chaleurs ayant commencé en Mai, & n'ayant fini qu'en Septembre, ont duré cinq mois, ce qui n'est pas ordinaire dans notre climat.

Quoique les chaleurs ayent duré longtems, elles n'ont pas été des plus grandes, puisqu'en 1706, 1707, 1718 & 1719 le même Thermometre est monté deux degrés plus haut qu'en 1727.

Il y a eu pendant presque toute l'année un grand nombre de Taches dans le Soleil, & quelquefois plus grandes que n'est la surface de la Terre, ce qui n'a pas empêché que nous n'ayons eu de grandes chaleurs. La même chose est arrivée en 1718 & 1719; car quoique dans ces années il y ait eu dans le Soleil un grand nombre de Taches, les chaleurs ne laisserent pas d'être des plus excessives qu'il ait fait depuis qu'on fait ces remarques; ainsi par les observations de ces trois années, on voit que les Taches du Soleil ne portent aucune diminution sensible dans la chaleur que nous sentons sur la Terre, comme quelques-uns se le sont imaginé.

En effet, quand il y auroit en même tems dans le Soleil quatre ou cinq Taches, des

plus

plus grandes que nous ayons observées jusqu'à présent dans cet Astre, elles n'occuperoient que la deux-millieme partie de sa surface, ce qui n'est pas sensible à l'égard du reste qui est sans Taches. On doit donc attribuer la différente température d'air qui regne dans les mêmes Saisons en différentes années, aux différens vents, aux différentes exhalaisons de la Terre, & aux nuages qui couvrent notre hémisphere plus en une année que l'autre, & qui empêchent les rayons du Soleil de venir jusqu'à la Terre, & de l'échauffer, ainsi que nous l'avons déja remarqué dans un autre Mémoire.

Quoi que les plus grandes chaleurs n'arrivent pas tous les ans aux mêmes jours, & & qu'il y ait des variations d'une année à l'autre, tant à cause de la diversité des vents, que des autres accidens auxquels notre Athmosphere est exposée, on voit cependant par les observations d'un grand nombre d'années, qu'elles se font très souvent sentir vers le commencement d'Août, comme il est arrivé encore cette année; car elles ont été les plus grandes au 7e. du même mois, environ 45 jours après le solstice d'Eté.

De même, quoique la plus grande chaleur du jour ne se rencontre pas perpétuellement à la même heure, on voit néanmoins qu'elle arrive le plus souvent à 3 heures après midi, quand il ne survient point pendant le jour des nuages qui interrompent la continuation de la chaleur: ainsi dans ce climat il y a à peu près un même rapport entre le tems du midi & celui de la plus grande chaleur du jour, qu'en-

qu'entre le tems du solstice d'Eté & celui de la plus grande chaleur de l'année; car comme 3 heures sont la 8e. partie du jour, ainsi 45 jours sont la 8e. partie de l'année.

Sur le Barometre.

Le Barometre s'est soûtenu à une grande hauteur presque toute l'année; il est monté à 28 pouces 4 lignes le 1. Décembre; & il est descendu à 27 pouces 1 ligne le 28 du même mois: ainsi la variation a été de 1 pouces 3 lignes. On n'a point eu de vents violens que la nuit du 4 au 5 Janvier, qui ne durerent que pendant la nuit.

Sur la Déclinaison de l'Aimant.

La Déclinaison de l'Aimant observée le 3 Janvier 1728 avec la Boussole ordinaire de 4 pouces, s'est trouvée de 14 degrés 0′ vers le Nord-Ouest. En 1724 elle avoit été de 13 degrés. Elle a donc varié d'un degré en 4 ans, ce qui est en raison d'un quart de degré ou 15 minutes par an. C'est aussi le changement qui résulte de la comparaison des plus anciennes observations que nous ayons avec les modernes; ainsi, quoique depuis 1720 jusqu'en 1724 elle n'ait fait aucun changement sensible, & que pendant ces quatre années la déclinaison ait toujours été de 13 degrés, depuis 1724 elle continue de faire son progrès ordinaire, comme elle avoit fait avant.

F I N.